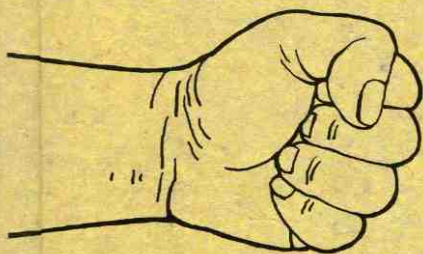


Леонард Млодинов



# Совершенная случайность

Как случай  
управляет  
нашей жизнью



*Всё происходящее с нами несет  
на себе отпечаток случайности,  
и Млодинов с большой проницатель-  
ностью демонстрирует нам это.*

**Стивен Хокинг**

LIVE  
BOOK

**LIVE  
BOOK**

Леонард МЛОДИНОВ

(Не)совершенная  
случайность

*Как случай управляет  
нашей жизнью*

2010

УДК 519.21  
ББК 22.171  
М-72

*Обформление обложки Владимира Камаева*

**Л. Млодинов**

**М-72** (Не)совершенная случайность. Как случай управляет нашей жизнью. – М.: Livebook/Гаятри, 2010. – 352 с.

ISBN 978-5-9689-0171-2

В книге «(Не)совершенная случайность. Как случай управляет нашей жизнью» Млодинов запросто знакомит всех желающих с теорией вероятностей, теорией случайных блужданий, научной и прикладной статистикой, историей развития этих всепроникающих теорий, а также с тем, какое значение случай, закономерность и неизбежная путаница между ними имеют в нашей повседневной жизни.

Эта книга – отличный способ тряхнуть стариной и освежить в памяти кое-что из курса высшей математики, истории естественного знания, астрономии и статистики для тех, кто изучал эти дивные дисциплины в вузах; понятно и доступно изложенные основы теории вероятностей и ее применимости в житейских обстоятельствах (с многочисленными примерами) для тех, кому не посчастливилось изучать их специально; наконец, профессиональный и дружелюбный подсказчик грызущим гранит соответствующих наук в данный момент.

УДК 519.21  
ББК 22.171

© 2008, Leonard Mlodinow  
© 2009, Студия Арт.Лебедева  
© 2009, Livebook/Гаятри

ISBN 978-5-9689-0171-2

*Посвящается трем чудесам случайности:  
Оливии, Николаю и Алексею...  
а также Сабине Якубович*

# ОГЛАВЛЕНИЕ

Пролог .....	9
глава 1 <b>Под лупой случайности</b> .....	14
<i>Тайная роль случая. В чем крыса ловчее человека.</i>	
глава 2 <b>Законы правды и полуправды</b> .....	40
<i>Основные принципы вероятности и случаи их неправильного употребления... Почему правдивый рассказ зачастую менее правдоподобен, нежели выдумка.</i>	
глава 3 <b>Продираясь через дебри вероятностей</b> .....	68
<i>Основы для размышлений о случайных ситуациях. От игрока в зачумленной Италии до «На что спорим?».</i>	
глава 4 <b>Прокладываемая путь к успеху</b> .....	94
<i>Как подсчитать число способов исходов и почему это имеет значение. Смысл ожидания в математике.</i>	
глава 5 <b>Противостояние законов больших и малых чисел</b> .....	122
<i>Степень отражения вероятностей в наблюдаемых нами результатах. Парадокс Зенона, понятие пределов и поражение казино.</i>	

глава 6	<b>Ложная положительность и положительная ложность</b> . . . . .	154
	<i>Как вычислить ожидания в свете произошедших событий или новой информации. Ошибки в условной вероятности: от пробы для выявления скрытой формы заболевания до суда над О. Дж. Симпсоном и «ошибки обвинения»</i>	
глава 7	<b>Измерение и закон распределения ошибок</b> . . . . .	182
	<i>Смысл и отсутствие смысла в измерениях. Колоколообразная кривая и оценка вин, политические опросы, школьные отметки и движение планет.</i>	
глава 8	<b>Упорядоченный хаос</b> . . . . .	213
	<i>Как большие числа способны нивелировать хаотичность случайности, или как из 200 млн водителей получается единый организм со своими привычками.</i>	
глава 9	<b>Иллюзия закономерности и закономерность иллюзий</b> . . . . .	245
	<i>Почему закономерности в случайных событиях частенько вводят нас в заблуждение. Возможно ли, чтобы миллион следующих друг за другом нулей или успех финансовых гуру с Уолл-стрит были случайными?</i>	

глава 10 <b>Походкой пьяного</b> .....	276
<i>Почему теория случайности более фундаментальна, чем теория обусловленности. Брюс Уиллис, Билл Гейтс и теория «нормальных несчастных случаев».</i>	
Благодарность.....	318
Примечания .....	321
Указатель .....	341



# ПРОЛОГ

## *Как случай управляет нашей жизнью*

Несколько лет назад один испанец выиграл в национальную лотерею; номер его билета заканчивался цифрой 48. Гордясь своим «достижением», испанец поведал о том, как ему удалось так разбогатеть. «Семь ночей подряд мне снилась семерка, – сказал он, – а семью семь и есть сорок восемь»<sup>[1]</sup>. Те, кто лучше помнит таблицу умножения, наверняка хмыкнут: испанец-то ошибся, но у всех нас формируется собственное видение мира, через которое мы пропускаем наши ощущения, обрабатываем их, выуживая смысл из океана информации в повседневной жизни. И при этом часто ошибаемся, причем ошибки наши, пусть и не такие очевидные, как у этого испанца, бывают не менее значимы.

О том, что в ситуации неопределенности от интуиции проку мало, было известно еще в 1930-х гг.: исследователи заметили, что люди не способны ни выстроить последовательность чисел, которые подходили бы для математических критериев случайности, ни точно сказать, был ли ряд чисел выбран случайно. За последние десятилетия возникла новая научная дисциплина, изучающая формирование у человека суждения, принятие им решений в условиях неполной, недостаточной информации. Исследования показали: там, где дело касается случая,

мыслительный процесс человека дает осечку. Задействованы были самые разные отрасли знаний: от математики до традиционных наук, от когнитивной психологии до бихевиористской экономики и современной нейробиологии. Но хотя недавно результаты исследований и были отмечены Нобелевской премией (по экономике), в целом они так и не стали достоянием широкой общественности, не вышли за рамки академических кругов. Данная книга – попытка исправить положение. В ней пойдет речь о принципах, которые лежат в основе случайности, об их развитии, о том, как они сказываются на политике, бизнесе, медицине, экономике, спорте, досуге и прочих областях нашей жизни. Помимо этого в книге говорится о том, как именно человек делает свой выбор, о процессах, которые вынуждают человека в ситуации случайности или неопределенности приходиться к ошибочному суждению и принимать на его основании бестолковые решения.

Недостаточность данных невольно порождает противоречивые объяснения. Именно поэтому так непросто было подтвердить факт глобального потепления, именно по этой причине наркотики, случается, сначала объявляют безопасными, а потом объявляют вне игры, и, скорее всего, именно из-за этого не каждый согласится с моим наблюдением: шоколадно-молочные коктейли – неотъемлемая часть укрепляющей сердце диеты. К сожалению, ложная интерпретация данных приводит к многочисленным отрицательным последствиям, как крупным, так и мелким. К примеру, и врачи, и пациенты часто неправильно воспринимают статистические данные по эффективности лекарств и важности медицинских испытаний. Родители, преподаватели и студенты неправильно оценивают важность экзаменов

как нечто вроде проверки способности к обучению, а дегустаторы, оценивая вина, совершают одни и те же ошибки. Инвесторы, основываясь на показателях паевых инвестиционных фондов за определенный период, приходят к неверным заключениям.

В мире спорта широко распространено убеждение, основанное на интуитивном опыте соотнесения: победа или поражение команды по большей части зависит от профессиональных качеств тренера. В итоге после проигрыша команды тренера часто увольняют. Однако результаты недавнего математического анализа свидетельствуют о том, что в общем и целом увольнения эти на характер игры не влияют – незначительные улучшения, достигаемые сменой тренеров, обычно перекрываются имеющими случайный характер изменениями в игре отдельных игроков и всей команды<sup>[2]</sup>. То же самое происходит и в мире корпораций: считается, что генеральный директор обладает сверхчеловеческими способностями, может создать или разрушить фирму, но на примере таких компаний, как «Кодак», «Люсент», «Ксерокс», снова и снова убеждаешься – власть обманчива. В 1990-х гг. Гари Вендт считался одним из самых успешных деловых людей, он управлял «Дженерал Электрик Капитал», во главе которой стоял Джек Уэлч. Когда Вендта взяли в «Консеко» улучшить тяжелое финансовое положение компании, он запросил 45 млн долларов, напирая на свою репутацию. За год акции компании выросли втрое – инвесторы были полны оптимизма. Через два года Вендт внезапно уволился, «Консеко» обанкротилась, акции же сбыли за бесценок<sup>[3]</sup>. Что, Вендту досталась невыполнимая задача? Может, он потерял интерес к делу, вдруг загорелся желанием стать первым среди профессионалов по боулингу? Или Вендта короновали,

исходя из сомнительных предположений? Основанных, к примеру, на том, что управленец обладает практически абсолютными способностями влиять на компанию. Или что единичный успех в прошлом служит надежной гарантией достижений в будущем. Как бы там ни было, невозможно дать однозначные ответы на эти вопросы, не владея всей ситуацией. К этому примеру я еще вернусь, причем, что гораздо важнее, расскажу о том, что необходимо для распознавания признаков случайности.

Непросто плыть против течения человеческой интуиции. Мы еще убедимся в том, что человеческий ум устроен определенным образом – для каждого события он ищет вполне определенную причину. И ему сложно учесть влияние факторов несоотносимых или же случайных. Таким образом, первый шаг – это осознание того, что успех или неудача порой оказываются результатом не исключительных способностей или полного их отсутствия, а, как выразился экономист Армен Алчиан, «случайных обстоятельств»<sup>[4]</sup>. И хотя случайные процессы лежат в основе устройства природы и где только ни встречаются, большинство людей их не понимает и попросту не придает им значения.

Название последней главы книги, «Походкой пьяного», происходит из математического термина, описывающего случайные траектории, например, пространственное движение молекул, беспрестанно сталкивающихся со своими собратьями. Это своеобразная метафора нашей жизни, нашего пути из колледжа вверх по карьерной лестнице, от холостяцкой жизни к семейной, от первой лунки на поле для гольфа до девятнадцатой. Удивительно то, что метафора эта применима и к математике – математика случайных блужданий и способы ее анализа могут пригодиться

и в повседневной жизни. Моя задача состоит в том, чтобы пролить свет на роль случая в окружающем нас мире, продемонстрировать, как можно распознать его действие, чтобы глубже проникнуть в суть бытия. Надеюсь, что после этого путешествия в мир случайностей читатель увидит жизнь в новом свете, лучше поймет ее.

## ПОД ЛУПОЙ СЛУЧАЙНОСТИ

Помню, как подростком во время шаббата я глядел на желтые языки пламени – они беспорядочно танцевали над белыми цилиндрами парафиновых свечей. Я был слишком мал, чтобы думать о какой-то там романтике при свечах, но все равно пламя завораживало – его мерцание рождало всевозможные причудливые образы. Образы перемещались, сливались, росли и уменьшались, причем все это происходило без очевидной причины или какого-то там плана. Конечно же, я подозревал в основе движений пламени некий ритм, замысел, некую модель, которую ученые способны предсказать и объяснить с помощью математики. «Жизнь – она совсем другая, – сказал мне тогда отец. – Бывает, случается такое, что никак не возможно предугадать». Отец рассказал мне о тех временах, когда сидел в Бухенвальде, нацистском концентрационном лагере. Заключенных держали впроголодь; как-то отец украл из пекарни буханку хлеба. По настоянию пекаря гестаповцы собрали всех, кто мог совершить такое преступление, выстроив в ряд. «Кто украл хлеб?» – спросил пекарь. Никто не признался, и тогда пекарь сказал охранникам, чтобы те расстреливали одного за другим – до тех пор, пока не расстреляют всех или пока кто-нибудь не сознается. И отец, спасая остальных, шагнул вперед. Рассказывая, он совсем не пытался

выставить себя героем, – расстрел грозил ему в любом случае. Но пекарь неожиданно оставил отца в живых, более того – сделал его своим помощником, а это тепленькое местечко. «Случайность, не более того, – сказал мне отец. – И к тебе она не имеет никакого отношения, однако повернись все иначе, ты бы никогда не появился на свет». Мне тогда пришло в голову: получается, именно Гитлеру я обязан своим существованием – фашисты убили жену и двоих младших детей моего отца, уничтожив его прошлое. Если бы не война, отец не эмигрировал бы в Америку, не познакомился бы в Нью-Йорке с моей матерью, такой же беженкой, и не произвел бы на свет меня и двоих моих братьев.

Отец редко вспоминал о войне. Я тогда не отдавал себе отчета, почему, однако со временем понял: каждый раз, когда отец рассказывал о перенесенных ужасах, он делал это не для того, чтобы просветить меня, он пытался сообщить мне о жизни нечто гораздо большее. Война – событие экстремального характера, однако случай проявляет себя отнюдь не в моменты крайностей. Контуры наших жизней, как и пламени свечи, постоянно меняются, испытывая воздействие самых разных случайных событий, которые вместе с нашей реакцией на них определяют наши судьбы. Выходит, ход жизни сложно предсказать и объяснить. Примерно так же, глядя на пятно Роршаха\*, вы увидите Мадонну, а я – утку-носа. Информацию деловую, правовую, медицинскую, спортивную, печатных изданий, те же оценки вашего третьеклассника можно понять по-разному. И все-таки,

---

\* Шведский психиатр. Изобрел названный его именем тест, заключающийся в интерпретации набора чернильных пятен различной конфигурации и цвета, имеющих определенный смысл для диагностики скрытых установок, побуждений, свойств характера. (Здесь и далее – прим. перев.)

не в пример пятну Роршаха, истолковывая роль случая, можно пойти по пути правильному и неправильному.

Зачастую в ситуации неопределенности человек оценивает или делает выбор благодаря задействованным интуитивным процессам. Процессы эти с точки зрения эволюции – безусловный шаг вперед: человеку приходилось спешно решать, улыбается ли саблезубый тигр, сытый и довольный, или скалитесь с голодухи, присматриваясь к человеку перед собой как к потенциальному блюду на обед. Но в современном мире иная расстановка сил, и эти самые интуитивные процессы пробуксовывают. Когда человек оказывается перед лицом современных «тигров», привычные для него способы мышления могут оказаться далеко не оптимальными, а то и вообще неуместными. Этому не удивляются те, кто изучает реакции мозга на неопределенность: многочисленные исследования указывают на тесную связь между зонами человеческого мозга, отвечающими за оценку ситуации неопределенности, и зонами, отвечающими за реакции, которые часто считают наиболее иррациональными, – за эмоции. К примеру, функциональная магнитно-резонансная томография показывает, что риск и ожидаемое вознаграждение оцениваются подсистемами дофаминергической системы мозга – медиаторной системы, играющей важную роль в обеспечении мотивационных и эмоциональных процессов<sup>[1]</sup>. Томография также показывает, что миндалевидная железа, помимо прочего связанная с эмоциональным состоянием человека, включается, когда человек принимает решения в ситуации неопределенности<sup>[2]</sup>.

Механизмы анализа ситуации с элементами неопределенности довольно сложны для понимания и возникли в процессе эволюции и не без влияния особым образом устроенного мозга человека, его личного



опыта, знаний и эмоций. В действительности реакция человека на неопределенность настолько сложна, что иногда различные структуры в мозге приходят к различным выводам и, по всей видимости, конфликтуют между собой, оспаривая главенство. Например, каждые три раза из четырех, когда вы едите аппетитные креветки, у вас лицо раздувает раз в пять против его нормального состояния; в таком случае «логическое» левое полушарие вашего мозга попытается вывести закономерность. С другой стороны, «интуитивное» правое полушарие просто-напросто скамандует: «Держись от креветок подальше!». По крайней мере, именно к таким выводам пришли исследователи в результате менее болезненных экспериментов. Называется это увлекательное занятие вероятностным прогнозированием. Вместо возни с креветками и гистамином вам демонстрируют набор карточек или световые сигналы: зеленые или, скажем, красные вспышки. Устроено все таким образом, что цвета появляются в произвольном порядке, но в любом случае без всякой закономерности. Например, красный может загораться в два раза чаще, чем зеленый, в последовательности вроде: красный-красный-зеленый-красный-зеленый-красный-красный-зеленый-зеленый-красный-красный-красный и т.д. Задача испытуемого в том, чтобы после некоторого времени наблюдений угадать, какой будет каждая последующая вспышка: красной или зеленой.

В игре возможно применение двух основных стратегий. Одна – всегда называть цвет, который, как вам кажется, появляется чаще. Такой способ предпочитают крысы и другие животные, не родственные человеку. Если вы берете на вооружение эту стратегию, в определенной степени успех вам гарантирован, однако при этом вы соглашаетесь с тем, что лучших результатов уже не покажете. Например, если зеленый загорается

в 75% и вы решите всегда называть этот цвет, ваши ответы будут правильны на 75%. Другая стратегия заключается в том, чтобы «вычислить» соотношение зеленого и красного, основываясь на своих наблюдениях. Если зеленые и красные сигналы появляются в определенной последовательности, и вам удастся вычислить эту последовательность, данная стратегия позволит каждый раз угадывать правильно. Однако если сигналы появляются без всякой последовательности, надежнее придерживаться первой стратегии. В случае если зеленый загорается в 75% случаев, вторая стратегия позволит угадывать правильно лишь примерно в 6 случаях из 10.

Обычно человек пытается вычислить определенную последовательность; если же ее нет, то крысам эта игра удастся лучше. Но существуют люди с определенными послеоперационными поражениями мозга, у которых исключено взаимодействие правого и левого полушарий. Если ставить эксперимент с их участием и при этом они будут видеть цветовой сигнал или карточку только левым глазом, а отвечать только левой рукой, задействовано будет правое полушарие мозга. Если же в ходе эксперимента испытуемые пользуются правым глазом и правой рукой, задействуется левое полушарие. В результате подобных экспериментов исследователи выяснили, что у одного и того же испытуемого правое полушарие чаще угадывало загоревшийся цвет, а левое полушарие пыталось вычислить определенную последовательность сигналов.

Мало у кого присутствует навык верного анализа и правильного выбора. Однако, как и любой навык, его можно совершенствовать на практике. Далее я рассмотрю роль случая в окружающем нас мире, идеи, которые формировались не одно столетие и благодаря которым понятна эта роль, а также факторы, часто

вводящие нас в заблуждение. Английский философ и математик Бертран Рассел писал:

«Все мы начинаем с „наивного реализма”, т. е. с учения о том, что вещи таковы, какими они кажутся. Мы полагаем, что трава зеленая, камень твердый, а снег холодный. Однако физика говорит, что зеленость травы, твердость камня и холодность снега – это не та зеленость, твердость и холодность, которую мы познаем на собственном опыте, а нечто совершенно иное»<sup>[3]</sup>.

Предлагаю заглянуть через лупу случайности – станет ясно, что многие события в нашей жизни на самом деле выглядят несколько иначе, чем нам это могло казаться.



В 2002 г. лауреатом Нобелевской премии по экономике стал ученый Дэниэл Канеман. В наше время экономисты чем только не занимаются: разъясняют, почему учителя получают такую маленькую зарплату, почему футбольные команды обходятся так дорого, как данные о физиологических отправлениях корректируют масштабы свиноферм (свинья испражняется в двадцать раз больше, чем человек, поэтому от свинофермы в тысячи голов отходов зачастую больше, чем от соседствующих с ней населенных пунктов)<sup>[4]</sup>. Несмотря на огромную исследовательскую работу, проделанную экономистами, Нобелевская премия 2002 г. была примечательна тем, что получивший ее Канеман – не экономист. Он психолог и десятилетиями на пару с уже ушедшим из жизни Амосом Тверским развенчивал всевозможные ошибочные представления о теории случайности, в свою очередь порождаявшие распространенные заблуждения. О них и пойдет речь в этой книге.

Самая серьезная преграда на пути к осознанию роли случайности в жизни заключается в следующем: основные принципы случайности вытекают из обиходной логики, и многие следствия из этих принципов оказываются контринтуитивными. Начало исследованиям Канемана и Тверского положила случайность. В середине 1960-х гг. Канеман, тогда еще младший преподаватель психологии в Еврейском университете, согласился выполнить довольно-таки скучную работу: прочитать инструкторам израильских ВВС лекцию по общепринятой точке зрения на модификацию поведения применительно к психологии обучения полетам. Канеман доказывал, что поощрение примерного поведения имеет смысл, а наказание за ошибки – нет. Один из слушавших прервал Канемана и высказал свое мнение, благодаря которому Канемана посетило озарение, и он на десятилетия углубился в изыскания [5].

«Частенько я расхваливал пилотов за идеально выполненные маневры, и что вы думаете? В следующий раз у них выходило гораздо хуже, – сказал инструктор. – На тех, кто выполнял маневры плохо, я кричал – на следующий день у них получалось гораздо лучше. Так что не надо рассказывать мне сказки о том, будто поощрение способствует повышению качества работы, а наказание – нет. По своему опыту знаю, что это не так». Другие инструкторы согласились с ним. Канеману слова инструктора показались не лишёнными смысла. В то же время Канеман доверял результатам опытов над животными, которые свидетельствовали: поощрением можно добиться большего, нежели наказанием. Он стал размышлять над этим явным парадоксом. И тут его осенило: крик предшествовал наказанию, однако, несмотря на очевидное, не обуславливал его.

Как такое возможно? Ответом на этот вопрос служит феномен «регрессии к среднему». Суть в том, что

в любом ряду случайных событий за событием из ряда вон выходящим скорее всего и по чистой случайности последует событие ординарное. Механизм таков. Каждый пилот в той или иной степени обладает навыком управления самолетом-истребителем. Совершенствование этого навыка зависит от многих факторов, в том числе и от длительных тренировок. Таким образом, хотя в процессе тренировок мастерство пилотов медленно растет, за один полет многого они не добьются. И любой особенно удачный или неудачный полет будет зависеть в большой степени от везения. Так что если пилот посадил машину идеально, что называется, прыгнул выше своей головы, велика вероятность, что следующий полет у него пройдет на уровне гораздо ближе к его личной норме, то есть неважно. Если инструктор после первого полета своего подопечного хвалил, результаты следующего вылета докажут, что похвала будто бы не пошла на пользу. Однако если пилот приземлился исключительно неудачно – скажем, машина вышла за полосу и задела кафе, врезавшись в котел с кукурузным супом, – велика вероятность, что в следующий раз он отлетает гораздо ближе к личной норме, то есть лучше. Если инструктор по привычке наорет на плохо отлетавшего – мол, тому не самолетом управлять, а баранку грузовика крутить – покажется, будто внушения возымели действие. Таким образом, вырисовывается прямо-таки очевидная картина: пилот отлетал хорошо, его хвалят, а следующий вылет никуда не годится; пилот отлетал неважно, инструктор говорит ему все, что о нем думает, тот в следующий вылет исправляется. Пришедшие на лекцию Канемана инструкторы были уверены: если как следует наорать на пилота, ему это пойдет только на пользу. В действительности же подобный обучающий прием ничего не меняет.

Подобная интуитивная ошибка натолкнула Канемана на размышления. Он задался вопросом: насколько подобные заблуждения распространены? Считаем ли мы, как те инструкторы, что резкая критика оказывает воспитательный эффект на наших детей, повышает производительность труда наших подчиненных? Заблуждаемся ли мы, когда сталкиваемся с неопределенностью? Канеман знал, что человек привычно стремится упростить задачу, требующую вынести некое заключение, и что представление вероятностей на интуитивном уровне играет в этом процессе важную роль. Станет ли вам дурно после того, как вы съедите тост со свежей на вид начинкой из морепродуктов, купленный вон в том ларьке? Вы ведь не подключаете свое сознание, перебирая в уме подобные ларьки, в которых вы часто покупали еду, и подсчитывая, сколько раз потом приходилось не спать ночью, глотая таблетки от расстройства желудка. Вы ведь не выдадите результат в численном значении. Вся работа продельвается на уровне интуиции. Однако исследования 1950-х и начала 60-х гг. доказали: в подобных ситуациях, когда речь идет о случайности, интуиция подводит. И вот Канеман задался вопросом: насколько распространены подобные заблуждения в отношении неопределенности? И как это отражается на способности человека принимать решения? Прошло несколько лет; как-то Канеман пригласил младшего преподавателя Амоса Тверского на один из своих семинаров прочитать лекцию. Позднее за обедом Канеман поделился с Тверским некоторыми своими мыслями. За последующие тридцать лет Тверский и Канеман выяснили: когда речь заходит о случайных процессах – пусть даже они имеют отношения к таким простым областям, как военное дело, спорт, бизнес, медицина – убеждения, интуиция людей часто подводят.

Допустим, четыре издателя не приняли рукопись вашего триллера, в котором затронуты темы любви, войны и глобального потепления. Интуиция и внутреннее чутье подсказывают вам, что такие признанные эксперты отвергли рукопись только по одной причине – она никуда не годится. Но не подводит ли вас ваша интуиция? В самом ли деле роман так безнадежен? По своему опыту все мы знаем, что если несколько раз подбросить монету и каждый раз она будет падать орлом вверх, это не значит, что монета «двуглавая». Может, успех в издательском мире так непредсказуем, что даже если роман обречен стать бестселлером, многие издатели тем не менее этого не увидят, и вы будете снова и снова получать письма: «Благодарим Вас за присланную рукопись, но мы не можем...»? В 1950-х гг. одна книга была отвергнута издателем со следующими комментариями: «слишком скучно», «однообразное повествование о перепалках в типичном семействе, о мелочных обидах и юношеских треволнениях», «даже если бы книгу напечатали пятью годами ранее, когда тема (Вторая мировая война) была актуальна, вряд ли она имела бы успех». Книга эта, «Дневник Анны Франк», была распродана тиражом в 30 млн – одним из самых больших в истории. Письма с отказами получала и Сильвия Плат: «Ваши работы недостаточно талантливы, чтобы обратить на себя наше внимание», и Джордж Оруэлл с его «Скотным двором»: «рассказы о животных не будут пользоваться в Америке спросом», и Исаак Башевис Зингер, потому что «действие происходит в Польше и снова эти богатые евреи». Еще до того, как Тони Хиллерман стал знаменитым, от него ушел литературный агент, посоветовав «бросить эту чепуху про индейцев» [6].

И это вовсе не отдельные заблуждения. Часто случается, что невероятно успешные авторы поначалу

получают отказ за отказом. Например, не так уж много книг, которые сегодня во всем мире имели бы большую популярность, чем книги Джона Гришема, Теодора Гейзеля (Доктора Сьюза), Джоан Роулинг. И тем не менее, их рукописи в ту пору, когда сами авторы еще не прославились, раз за разом отвергали. Рукопись Гришема «Пора убивать» отклонили двадцать шесть издательств, его вторая рукопись, «Фирма», заинтересовала издатель только после того, как неофициальный экземпляр романа, ходивший по рукам в Голливуде, привлек внимание кинематографистов, предложивших за права на экранизацию 600 тыс. долларов. Первую книгу для детей, «На Тутовой улице», написанную Доктором Сюзом, не приняли в двадцати семи издательствах Джоан Роулинг с ее первым романом о Гарри Поттере получила девять отказов<sup>[7]</sup>. Существует и обратная сторона медали, хорошо известная любому человеку, связанному с миром бизнеса: многие талантливые писатели – эти Джоны Гришемы, бросившие попытки после двадцатого отказа, Джоан Роулинг, прекратившие борьбу после пяти отрицательных ответов – так и не пробились. После многочисленных отказов один такой писатель, Джон Кеннеди Тул, потерял надежду когда-нибудь опубликовать свой роман и покончил с собой. Его мать не оставила попыток, и одиннадцать лет спустя «Сговор остолопов» был опубликован. Он завоевал Пулитцеровскую премию, разойдясь тиражом в 2 млн экземпляров.

Между созданием великого романа, ювелирного украшения или печенья с шоколадной крошкой и запуском в производство многочисленных копий этого романа, коробочек с ювелирным украшением или упаковок печенья пролегал целая пропасть, с одной стороны которой множество случайностей и неопределенностей, с другой – тысячи торговых павильонов.



Вот почему успешные люди, чем бы они ни занимались, почти поголовно принадлежат к одной породе людей – тех, кто не сдаётся.

Многое из происходящего с нами, будь то успех в работе, удачные вложения, верные решения в большом и малом, зависит не только от наших умений, готовности и трудолюбия, но и от случая. Так что воспринимаемая нами реальность вовсе не является прямым отображением людей или событий, она затуманена случайными эффектами непредвиденного или постоянно меняющимися внешними силами. Нельзя сказать, что способности ничего не значат, – это один из факторов, повышающих шансы на успех, – однако связь между действиями и результатом вовсе не такая прямая, как нам хотелось бы думать. Поэтому так трудно понять прошлое и спрогнозировать будущее; в обоих случаях мы лишь выиграем оттого, что заглянем дальше объяснений поверхностных.



Обычно мы недооцениваем влияние случайности. Биржевой брокер советует нам вкладывать в латиноамериканский паевой инвестиционный фонд, которому «американские фонды и в подметки не годятся» и который процветает уже пять лет кряду. Врач приписывает повышение количества триглицеридов в крови нашему недавнему увлечению шоколадным печеньем, которое мы поглощаем каждое утро, запивая молоком, и это после того, как, будучи примерными родителями, накормим детей завтраком из манго и обезжиренного йогурта. Мы можем внять рекомендациям брокера, врача или не внять, однако мало кто из нас усомнится: действительно ли брокер или врач располагают всей информацией? В мире политики, экономики,

бизнеса – даже если на кону миллионы долларов – случайные события часто истолковываются в неверном ключе: как достижения или провалы.

Яркая иллюстрация тому – Голливуд. Заслужены ли поощрения (и наказания) в голливудской игре, играет ли удача в случае с огромными (или скудными) кассовыми сборами куда как большую роль, чем это кажется? Все мы понимаем: один только факт гениальности еще не гарантирует успеха, однако сам собой напрашивается вывод: успех всегда гениален. И все же тревожная мысль о том, что никто не может знать заранее, попадет фильм «в яблочко» или нет, витает в Голливуде по крайней мере с тех времен, когда романист и сценарист Уильям Голдман четко обозначил ее в своей ставшей классической книге 1983 г. «Приключения в кинематографическом бизнесе». Голдман повторяет слова бывшего продюсера Дэвида Пикера: «Если бы я сказал «да» всем проектам, которые отверг, и «нет» всем тем, которые принял, итог оказался бы примерно таким же, что и сейчас» [8].

Что тут говорить, когда снятый на домашнюю видеокамеру, с постоянно дрожащей картинкой фильм ужасов может стать хитом так же запросто, как профессионально сделанная картина «Изгоняющий дьявола: Начало» с бюджетом в 80 млн долларов. Что, кстати, и произошло несколько лет назад с фильмом «Ведьма из Блэр: Курсовая с того света» – съемки обошлись в 60 тыс. долларов, а кассовые сборы по Америке составили 140 млн – в три раза больше, чем у «Изгоняющего дьявола». Но все же Голдман говорил не об этом. Он имел в виду только профессиональные голливудские картины, чьи достоинства вполне позволяют выйти на солидного дистрибьютора. К тому же Голдман не отрицал, что основания для больших кассовых сборов существуют. Однако он убежден, что основания эти насколько сложны, а путь от решения

снимать до приготовлений к презентации полон стольких препятствий – непредвиденных и не поддающихся контролю – что подкрепленным солидной базой рассуждениям о потенциале еще не снятого фильма стоит доверять не больше, чем гаданиям на кофейной гуще.

За примерами непредсказуемости успеха или неуспеха голливудской картины далеко ходить не нужно. Киноманы вспомнят, какие ожидания возлагали студии на обещающий миллионные сборы фильм «Иштар» (Уоррен Битти + Дастин Хоффман + + бюджет в 55 млн долларов = 14 млн доходов от кассовых сборов) и фильм «Последний киногерой» (Арнольд Шварценеггер + 85 млн долларов = 50 млн долларов). С другой стороны, можно вспомнить и о серьезных сомнениях руководства «Юниверсал Студиос» в отношении молодого Джорджа Лукаса с его «Американскими граффити», снятыми менее чем за миллион долларов. Показы принесли 115 млн, но несмотря на это руководство киностудии восприняло следующий проект Лукаса с еще большим недоверием. Лукас дал сценарию рабочее название: «Приключения Люка Старкиллера из «Журнала Уиллов». Кинокомпания сочла, что по такому сценарию фильм снять невозможно. В конечном счете фильм сняли на студии «XX век Фокс», однако и там в Лукаса не очень-то верили: за сценарий и съемки ему заплатили всего 200 тыс. долларов, взамен он получил права на постановку сиквелов и коммерческое использование. На съемки «Звездных войн» потратили всего 13 млн долларов, фильм же принес 461 млн, а Лукас стал владельцем целой империи.

Принимая во внимание тот факт, что «добро» на съемки дается за несколько лет до того, как фильм будет снят и что судьба фильма зависит от многих непредвиденных моментов, возникающих в процессе

производства картины и ее реализации, а еще от вкуса зрителей, который невозможно предугадать, теория Голдмана не кажется притянутой за уши (в ее пользу говорят и недавние экономические исследования<sup>[9]</sup>). Тем не менее руководство студии судят не за управленческие способности, основу всех основ, которыми в равной степени должны обладать и глава американской сталелитейной компании, и глава «Парамаунт Пикчерз». Наоборот, его ценят за умение выбирать из множества сценариев будущие хиты. И если Голдман прав, то умение это не более чем иллюзия, и как бы глава студии ни пыжился, его заслуга в подписании контракта на 25 млн долларов невелика.

Рассчитать, в какой степени результат зависит от умений и в какой от удачи, элементарно. Случайные события зачастую происходят с такой же частотностью, с какой в коробке овсянки встречаются изюминки – группами, слоями, слипшимися комочками. И хотя Судьба справедлива, предоставляя потенциальные возможности, она ничуть не справедлива в том, что касается результата. К примеру, 10 человек из руководства голливудской киностудии подбросят 10 монет. У каждого равные шансы выиграть или проиграть, но в конечном счете обязательно будут как выигравшие, так и проигравшие. Если брать данный пример, то вероятность того, что хотя бы у одного из руководителей выпадет 8 или более орлов или решек, равна 2 из 3.

Представьте, что Джордж Лукас снимает новые «Звездные войны» и решается на безумный эксперимент. Он выпускает один фильм под двумя названиями: «Звездные войны: Эпизод А» и «Звездные войны: Эпизод В». У каждого фильма будет своя маркетинговая кампания, свое прокатное расписание, но все остальное – одинаковое, за исключением того, что в рекламных роликах-анонсах и на афишах в одном случае

будет упоминаться «Эпизод А», в другом – «Эпизод В». И вот между этими двумя фильмами идет соревнование. Какой окажется популярней? Возьмем первых 20 тыс. зрителей и отметим, какой из фильмов они выбрали (при этом не будем учитывать тех отъявленных фанатов, которые пойдут на оба фильма, а потом будут с пеной у рта доказывать, что заметили тонкие, едва уловимые различия). Поскольку сами фильмы и рекламные кампании вокруг них одинаковы, можно смоделировать ситуацию, прибегнув к математическим построениям. Положим, все зрители выстроятся в очередь, каждый подбросит монету. Если выпадет орел, зритель смотрит «Эпизод А», если решка – «Эпизод В». Шансы, что выпадет орел или решка, равны, и можно подумать, что в этом состязании касс за зрителя каждый фильм получит примерно по половине зрителей. Однако согласно подсчетам математики случайного выходит иначе: наиболее вероятным количеством изменений лидирующей позиции будет 0, и в 88 раз больше будет вероятность того, что один из двух фильмов посмотрят все 20 тыс. зрителей, нежели что лидирующая позиция будет постоянно переходить то к одному фильму, то к другому<sup>[10]</sup>. Это говорит не о том, что между фильмами нет никакой разницы, а о том, что некоторые кинокартины посмотрит большее количество зрителей, даже если все фильмы одинаковы.

Подобные вопросы не обсуждаются ни в зале заседаний правления, ни в Голливуде, ни где-либо еще, поэтому типичные случайные последовательности типа очевидных «черных» или «белых полос» или «одного к одному» (сбивания в кучу неких разрозненных данных) обыкновенно истолковываются неверно, а то и вообще считаются новой тенденцией и руководством к действию.

Одним из наиболее ярких примеров взлетов и падений в современном Голливуде можно считать карьеру Шерри Лансинг, которая много лет успешно руководила кинокомпанией «Парамаунт»<sup>[11]</sup>. Во время ее управления кинокомпания получила «Лучший фильм» за «Форрест Гамп», «Храброе сердце», «Титаник» и два года приносила самые высокие доходы за всю историю своего существования. Затем слава Лансинг вдруг потускнела, и бывшую главу кинокомпания отстранили от управления после того, как, по словам журнала «Вэрайети»\*, «наступила черед недостаточно высоких кассовых сборов»<sup>[12]</sup>.

Случай с Лансинг можно объяснить в двух словах, а можно и подробнее. Взгляните на ряд процентов: 11.4, 10.6, 11.3, 7.4, 7.1, 6.7. Ничего не замечаете? Самнер Редстоун, начальник Лансинг, заметил, и для него тенденция выглядела существенной: эти шесть цифр представляли собой удельный вес «Парамаунт» в обороте рынка за последние шесть лет управления под руководством Лансинг. Тенденция заставила «Бизнесуик» поразмышлять на тему: Лансинг «может и потерять сопутствующую ей в Голливуде удачу»<sup>[13]</sup>. Вскоре Лансинг объявила об уходе, а несколько месяцев спустя в компанию взяли толкового управляющего Бреда Грея.

Как может несомненно гениальный управляющий успешно руководить компанией целых семь лет, а затем вдруг сплеховать? Существует множество теорий, объясняющих ранний успех Лансинг. Пока дела «Парамаунт» шли хорошо, Лансинг превозносили за то, что при ней кинокомпания стала одной из наиболее толково управляемых в Голливуде, что ей удавалось

---

\* Variety – американский еженедельный журнал об индустрии развлечений, выходит с 1905 г.

превращать заурядные сценарии в успешные кинокартины, приносившие 100 млн долларов. Когда судьба от Лансинг отвернулась, верх взяли скептики. То, что было коньком Лансинг – успешные римейки и сиквелы – вменили ей в вину. И, возможно, неприятнее всего было то, что ее неудачу объяснили усредненными вкусами. Теперь ее попрекали тем, что она дала отмашку на съемки провальных в плане кассовых сборов картин «В ловушке времени» и «Лара Крофт – расхитительница гробниц: Колыбель жизни». Со всех сторон понеслось: Лансинг боялась рисковать, ее вкусы старомодны, она не следила за новыми веяниями. Но действительно ли ее вина в том, что она решила: из бестселлера Майкла Крайтона получится отличная картина? И где были критиковавшие «Лару Крофт», когда первая «Расхитительница гробниц» принесла 131 млн кассовых сборов?

Даже если Лансинг и впрямь не лишена недостатков, ее звезда закатилась слишком внезапно. Неужели боязнь риска и небрежение тенденциями случились в одночасье? Потому как акции кинокомпании обвалились именно так. То Лансинг преуспевала, а то вдруг стала мишенью для комиков в ночных передачах. Такое резкое невезение можно было бы понять, если бы, подобно другим голливудским персонажам, она пережила тяжелый бракоразводный процесс, ее обвинили бы в растратах или увлекли в религиозную секту. Но ничего этого не было. И уж конечно, Лансинг не повредилась в уме. Единственным свидетельством внезапного провала Лансинг критики могли назвать только... внезапный провал.

Как говорится, вскрытие показало, что причина увольнения Лансинг в неправильном истолковании киноиндустрией случайностей, а вовсе не в ее якобы неверных решениях: на момент ухода Лансинг

из «Парамаунт» фильмы будущего года уже были в работе. Так что если мы попытаемся представить себе Лансинг в так называемом параллельном мире, где она осталась бы на своем месте, нам стоит лишь глянуть данные за год после ее ухода. «Парамаунт» выпустила «Войну миров», «Все или ничего», выручив за лето показов столько, сколько не выручала последние десять лет, а ее акции на рынке подскочили почти на 10%. И это не просто ирония судьбы, это все то же влияние случайности, «регрессия к среднему». В «Варьете» напечатали следующий заголовок: «Прощальные дары: картины старого режима поднимают акции “Парамаунт”»<sup>[14]</sup>. Так и вертится в голове мысль: наберись корпорация «Виаком» (владелец «Парамаунт») терпения, заголовок мог быть и таким: «Рекордный год возвращает „Парамаунт” и Лансинг на прежние позиции».

Шерри Лансинг повезло в начале и не повезло в конце, но могло выйти и хуже. Могло случиться так, что ей не повезло бы в самом начале. Как директору киностудии «Коламбия Пикчерз» Марку Кантону. Вскоре после вступления в должность он прослыл мастером по части выбора прибыльных фильмов, однако когда в последующие несколько лет кассовые сборы оставались невысокими, его уволили. Один коллега упрекнул Кантона в том, что тот «не способен распознать фильм удачный и неудачный», а другой поставил ему в вину то, что он «слишком увлекся размахиванием руками», однако когда этот впавший в немилость директор оставил пост, кинокомпания готовила к показу такие фильмы, как «Люди в черном» (589 млн долларов прибыли от кассовых сборов по всему миру), «Самолет президента» (315 млн), «Пятый элемент» (264 млн), «Джерри Магуайр» (274 млн), «Анаконда» (137 млн). Как писал «Вэрайети», картины,



доставшиеся по наследству еще от Кантона, «принесли успех, и успех немалый»<sup>[15]</sup>.

Что ж, таков Голливуд, городок, где Майкл Овиц чуть больше года президентствовал в «Компании Уолта Диснея», а затем оставил место с выходным пособием в 140 млн долларов, где главу студии Дэйвида Бегелмана руководство «Коламбия Пикчерз» уволило за подлог и растрату, а несколькими годами позднее он уже был главным управляющим студией «Метро-Голдвин-Майер». Однако, как станет ясно из следующих глав, подобные ошибочные суждения, от которых страдают в Голливуде, свойственны людям не только из мира кинематографа.



Лично у меня прозрение на предмет неявного воздействия случайности наступило в колледже: слушая курс по теории вероятностей, я начал соотносить ее принципы со спортивным миром. Сделать это было легко, потому что в спорте, как и в киноиндустрии, достижения можно подсчитать, да и соответствующая информация доступна. Выяснил я следующее: как уроки спорта, которые заключаются в настойчивости, практических занятиях и командной работе, так и уроки теории случайности применимы ко всем сторонам жизни. И вот я принялся изучать историю двух бейсболистов, Роджера Мариса и Мики Мантла, которая может послужить уроком всем нам, даже тем, кто бейсбол путает с пинг-понгом.

Шел 1961 год. Я едва научился читать, но до сих пор помню лица с обложки журнала «Лайф»: Марис и его еще более известный товарищ по команде «Нью-Йоркские янки» Мантл. Эти два игрока вступили в поисatine историческое соперничество – сравнивать или

побить рекорд Бейба Рута, поставленный в 1927 г. – 60 пробежек до дома\* за год. Наивные то были времена. Мой преподаватель мог запросто сказать: «Нужно, чтобы у нас было больше таких героев, как Бейб Рут», или: «Среди наших президентов никогда не было людей нечестных». Поскольку легендарный Бейб Рут был, что называется, «священной коровой», любой, бросавший ему вызов, должен был быть уверен в своих силах. Мангл, мужественный бейсболист с сильным ударом, не покидавший поле, несмотря на боль в коленях, был любимцем не только болельщиков, но и прессы. Обладая симпатичной внешностью и ровным характером, Мангл походил на типичного молодого американца, и все надеялись, что именно он установит рекорд. Марис, наоборот, был резковатым и замкнутым, а еще неудачником, никогда не делавшим больше 39 пробежек за год – какие там 60. У него была репутация неприятного типа – такие обычно не дают интервью, не любят детей и вообще. Все болели за Мангла. Мне же нравился Марис.

Вышло так, что колени доконали Мангла, и он дошел только до 54 пробежек. Марис же побил рекорд Рута – у него получилась 61 пробежка. За всю свою спортивную карьеру Бейб Рут четыре раза выдал в сезоне 50 и более пробежек, двенадцать раз был абсолютным чемпионом в лиге. Марис никогда больше не достиг результата в 50 и даже 40 и никогда больше не лидировал в лиге. Все это вызвало лишь чувство обиды. Со временем на Мариса обрушилась безжалостная критика со стороны

---

\* Отбивка мяча за пределы игрового поля над частью бейсбольного поля, ограниченной штрафными линиями первой и третьей баз, после которого отбивающий и его партнеры, находящиеся на базах, получают право пробежать по всем базам и вернуться в «дом».

болельщиков, спортивных журналистов, да и самих бейсболистов. Вердикт был таков: он не выдержал испытания чемпионством. Один известный ветеран от бейсбола сказал: «Марису и думать было нечего побить рекорд Рута»<sup>[16]</sup>. Возможно, так оно и есть, но причины здесь совсем не те, о которых говорил ветеран.

Спустя много лет под влиянием того самого курса по теории вероятностей я стал смотреть на достижения Мариса в совершенно ином свете. Чтобы проанализировать состязание между Рутсом и Мантлом, я перечитал старый номер «Лайфа» и наткнулся на коротенькое обсуждение теории вероятностей<sup>[17]</sup> и того, как с ее помощью прогнозировать исход состязания. Я решил произвести собственные математические расчеты полных пробегов. Вот как это было. Результат любого выхода на битую (и, следовательно, потенциального успеха) зависит в первую очередь, конечно же, от способностей игрока. Однако зависит он и от множества других факторов: состояния здоровья спортсмена, скорости и направления ветра, солнечной или пасмурной погоды, качества освещения на стадионе, типа подачи, текущей ситуации в игре, прогнозирования того, как будет лететь мяч, слаженной работы рук и глаз, брютетки, с которой спортсмен познакомился накануне в баре и которую повел к себе, булочки с сосиской, острым сыром и чесночной поджаркой, которую он съел на завтрак и которая теперь лежит в его желудке камнем. Если бы не всевозможные непредвиденные факторы, игрок либо отбивал бы, либо не отбивал каждый удачный удар. Случайные факторы, влияющие на сотни выходов на битую, которые бывают у игрока за год, дают среднее количество пробежек, которое растет вместе с опытом игрока и в конце концов убывает под влиянием того самого процесса, благодаря которому симпатичное

лицо спортсмена покрывают морщины. Но иногда случайные факторы не выводят среднее количество. Как часто такое случается и насколько велико отклонение?

Исходя из ежегодной статистики игрока, можно вычислить вероятное количество пробежек при каждой возможности, то есть при каждом выходе к базе<sup>[18]</sup>. В 1960 г., за год до своего рекорда, Роджер Марис отбивал 1 из каждых 14,7 возможных (примерно столько же, сколько у него получалось в среднем в течение четырех самых удачных лет). Давайте примем такой результат Мариса за обычный. Можно вычислить уровень мастерства Мариса в обычном исполнении следующим образом. Представьте, что орел выпадает в среднем не 1 раз в 2 броска, а 1 раз в 14,7 броска. Подбрасывайте монету 1 раз в каждом случае, когда игрок дорывается до площадки, и присуждайте Марису 1 отбивку мяча каждый раз, когда выпадет орел. Если вы хотите сравнить, как Марис выступал в сезоне, скажем, 1961 г., бросайте монету на каждую возможную отбивку, выпавшую Марису в тот год. Таким способом вы выстроите целый ряд альтернативных сезонов 1961 г., в которых уровень мастерства Мариса сравнивается с общим числом отбивок обычного выступления. Эти симитированные сезоны продемонстрируют серию результатов, которые можно было ожидать от Мариса в 1961 г., если бы не его талант, то есть если брать только его способности к «обычным» отбивкам и эффект чистого везения.

Чтобы в самом деле поставить такой эксперимент, мне бы потребовалась необычная монета, натренированное запястье и разрешение не ходить на лекции. В действительности же математические расчеты, основанные на теории случайности, позволили мне провести анализ с помощью формул и компьютера.

В большинстве симитированных мной сезонов 1961 г. обычная цифра отбивок Мариса не выходила за пределы, обычные для Мариса, и это неудивительно. Лишь изредка он отбивал либо намного больше, либо намного меньше. Насколько часто Марис со своими «обычными» результатами выдавал результаты Рута?

Я предполагал, что шансы Мариса с его «обычными» отбивками сравняться с рекордом Рута будут примерно равны шансам Джека Уиттакера, когда несколько лет назад тот, покупая в магазинчике печенье на завтрак, добавил еще один доллар и в результате оказался победителем лотереи штата, получив 314 тыс. долларов. Таковы должны были быть шансы менее способного игрока. Однако Марис с его «обычными» отбивками, хоть и не был Рутот, все же находился на уровне гораздо выше среднего. Так что случайная вероятность для Мариса поставить рекорд была вовсе не микроскопической: предполагалось, что он сравняется с результатом Рута или побьет его 1 раз в каждые 32 сезона. Может, это и не такая уж высокая вероятность, и возможно, вы не захотели бы поставить ни на Мариса, ни в особенности на 1961 г. Однако эта вероятность приводит к удивительному выводу. Чтобы понять, почему, зададим вопрос поинтересней. Рассмотрим всех, абсолютно всех игроков со способностями, равными «обычному» Марису, которых от рекорда Рута до «стероидной эры» (когда спортсмены стали принимать препараты и соответственно отбивать гораздо лучше) отделяют аж семьдесят лет. Какова вероятность, что некоторые игроки в некоторый момент достигнут рекорда Рута или побьют его по чистой случайности? Разумно ли считать, что в тот сезон Марису самым банальным образом повезло?

Согласно истории, в тот период на каждые 3 года приходилось примерно по 1 игроку со способностями

и возможностями, сравнимыми со способностями и возможностями «обычного» Мариса 1961 г. Когда вы все суммируете, у вас получится вероятность – благодаря чистой случайности один из тех игроков мог бы запросто сравняться с Рутом или побить его рекорд, и случайность эта равняется немногим более 50%. Другими словами, за период в семьдесят лет случайный рывок в 60 или более отбивок для игрока, от которого ожидают не более 40, – феномен, нечто вроде внезапного громкого треска, который возникает посреди помех при плохой телефонной связи. И уж конечно же, мы станем боготворить либо чернить (и наверняка бесконечно анализировать) этого «везунчика», кем бы он ни оказался.

Невозможно утверждать наверняка, действительно ли Марис играл в 1961 г. лучше всего или же ему просто напроосто подфартило. Подробный анализ бейсбола и других спортивных игр такими именитыми учеными, как ныне покойный Стивен Джей Гулд и нобелевский лауреат Э.М. Перселл, доказывает: модели с подбрасыванием монет вроде тех, которые описал я, очень схожи с реальным выступлением и игроков, и команд, включая их «холодные и горячие периоды»<sup>[19]\*</sup>.

Когда мы рассматриваем невероятный успех, будь то в спорте или где еще, необходимо помнить о следующем: необычные события могут происходить без необычных тому причин. Случайные события часто выглядят как неслучайные, и, истолковывая все, что связано с человеком, нужно быть осторожным – не спутать одно с другим. Прошло не одно столетие, прежде чем ученые научились смотреть дальше очевидного порядка и распознавать скрытую случайность в при-

---

\* Показатель текущего состояния игрока: игрок «не в форме» или «в ударе», соответственно.

роде и повседневной жизни. В данной главе я коротко познакомил вас с принципами действия. В последующих же главах рассмотрю основные положения случайности в историческом контексте и значимость этих положений. Таким образом, окружающий нас повседневный мир получит иную перспективу, вы лучше поймете связь между этим основным аспектом природы и нашим собственным опытом.

## ЗАКОНЫ ПРАВДЫ И ПОЛУПРАВДЫ

Когда человек смотрит на небо в безоблачную, безлунную ночь, его глаз различает тысячи мерцающих источников света. Беспорядочно раскиданные по небу звезды на самом деле расположены в определенной закономерности – в виде созвездий. Там Лев, здесь Большая Медведица... Умение распознавать созвездия может быть как преимуществом, так и недостатком. Исаак Ньютон размышлял над закономерностями падения предметов и вывел закон всемирного тяготения. Кто-нибудь другой подмечает, что удачно выступает в спортивных состязаниях, когда на нем ношенные носки, – вот и ходит в грязных. Как распознать среди всевозможных закономерностей природы те, которые действительно имеют смысл? Ответ на этот вопрос можно дать, основываясь исключительно на практике. Геометрия родилась из набора аксиом, теорем, доказательств, разработанных крупными философами, однако не удивляйтесь тому, что теория случайности оказалась порождением умов, интересовавшихся гаданиями и азартными играми, то есть тех, кого мы скорее представим с игральными костями или волшебным снадобьем, нежели с книгой или свитком в руках.

Можно сказать, что в основе теории случайности лежит зашифрованный здравый смысл. Но она же представляет собой и сплошное коварство: бывало,



имевшие солидную репутацию специалисты совершали ошибки, а пользовавшиеся дурной славой игроки оказывались правы. Чтобы понять теорию случайности и преодолеть заблуждения, необходим опыт и вдумчивый анализ. Итак, мы начинаем наше путешествие, отталкиваясь от основных законов вероятностей и проблем, связанных с их раскрытием, пониманием и применением. Одним из классических исследований на тему интуитивного понимания людьми этих законов можно считать эксперимент, который провели двое людей, сделавших так много для нашего просвещения, – Дэниэл Канеман и Амос Тверский<sup>[1]</sup>. Не робейте, присоединяйтесь – узнаете кое-что о своей собственной вероятностной интуиции.

Представьте себе женщину по имени Линда: ей тридцать один год, она не замужем, ей свойственна прямота и исключительный ум. В колледже она в качестве основного предмета изучала философию. В студенческие годы Линда активно выступала против дискриминации и социальной несправедливости, участвовала в демонстрациях против использования ядерной энергии. Все это Тверский и Канеман рассказали группе из восьмидесяти восьми человек и попросили их оценить следующие утверждения по шкале из восьми баллов: 1 балл – наиболее вероятное утверждение, 8 баллов – наименее вероятное. Вот результаты, от наиболее до наименее вероятных (табл. 1).

На первый взгляд может показаться, что ничего необычного в таких результатах нет: по описанию Линда скорее походила на активную феминистку, чем на банковского служащего или страхового агента. Однако обратим внимание на три возможности и их средние баллы, данные ниже в порядке от наиболее до наименее вероятного. 85% опрошиваемых оценили эти три возможности следующим образом (табл. 2).

Утверждение	Средний балл вероятности
Линда принимает активное участие в феминистском движении.	2,1
Линда является социальным работником в области психиатрии.	3,1
Линда работает в книжном магазине и занимается йогой.	3,3
Линда работает в банке и принимает активное участие в феминистском движении.	4,1
Линда работает учителем в начальной школе.	5,2
Линда является членом Лиги женщин-избирателей.	5,4
Линда работает в банке.	6,2
Линда работает страховым агентом.	6,4

Таблица 2

Утверждение	Средний балл вероятности
Линда принимает активное участие в феминистском движении.	2,1
Линда работает в банке и принимает активное участие в феминистском движении.	4,1
Линда работает в банке.	6,2

Если вы не видите ничего необычного, значит, Канеману и Тверскому удалось провести вас, потому как если вероятность того, что Линда работает в банке и принимает активное участие в феминистском движении, больше, чем вероятность того, что Линда работает в банке, нарушается наш первый закон вероятностей, один из основных: «Вероятность того, что произойдут оба события, не может быть выше вероятности того, что каждое из событий произойдет по отдельности». Почему нет? Простая арифметика: вероятность того, что событие А произойдет = вероятности того, что события А и В произойдут + вероятность того, что событие А произойдет, а событие В *не* произойдет.

Для Канемана и Тверского результаты неожиданными не стали – они снабдили опрашиваемых большим количеством возможных вариантов, и связь между тремя сценариями, расположенными в случайном порядке, можно было и выпустить из виду. Канеман и Тверский дали описание Линды еще одной группе, но на этот раз утверждений было только три:

- Линда принимает активное участие в феминистском движении.
- Линда работает в банке и принимает активное участие в феминистском движении.
- Линда работает в банке.

К их удивлению, 87% опрошенных также выстроили утверждения следующим образом: вероятность того, что Линда работает в банке и принимает активное участие в феминистском движении, оказалась выше вероятности того, что Линда работает в банке. Исследователи решили пойти еще дальше: они прямо попросили группу из тридцати шести совсем неглупых выпускников подумать над ответами, при этом держа в уме наш

первый закон вероятностей. Но даже после подсказки двое выпускников продолжали настаивать на нелогичных суждениях.

Канеман и Тверский заметили одну любопытную деталь, связанную с этим упрямым заблуждением: люди не совершат той же ошибки, если задать им вопросы о Линде, не связанные с тем, что они о ней знают. К примеру, предположим следующее – Канеман и Тверский спросили о том, какое из ниже приведенных утверждений наиболее вероятно:

- Линда владеет магазином, продающим блинчики по франшизе.
- Линда перенесла операцию по изменению пола, теперь ее зовут Ларри.
- Линда перенесла операцию по изменению пола, теперь ее зовут Ларри, и она владеет магазином, продающим блинчики по франшизе.

В данном случае несколько опрошиваемых выбрали бы в качестве наиболее вероятного утверждения последнее.

Канеман и Тверский сделали вывод: утверждение «Линда принимает активное участие в феминистском движении» не противоречит описанному характеру Линды, а добавление такой подробности, как работа в банке, только увеличивает правдоподобность утверждения. Но между хипповой юностью Линды и ее четвертым десятком жизни в этом бренном мире могло случиться много чего. Она могла стать религиозной фундаменталисткой, выйти замуж за скинхеда и сделать татуировку свастики на левой ягодице, могла заняться чем-то другим и забыть о своем активном участии в политической жизни. В каждом из этих

утверждений, да и во многих других Линда, возможно, не будет принимать активное участие в феминистском движении. Поэтому добавление этой детали снижает вероятность утверждения, пусть даже на первый взгляд кажется равным счетом наоборот.

Если предлагаемые нам описания вписываются в какие-то там наши представления, то чем больше таких описаний в утверждении, тем более жизненным и, следовательно, более вероятным оно нам кажется, пусть даже каждое добавление не являющейся фактом детали к предположению делает это предположение менее вероятным. Это противоречие между логикой вероятного и людской оценкой недостоверных событий заинтересовало Канемана и Тверского, поскольку оно может привести к несправедливым или ошибочным оценкам в жизненных ситуациях. Что вероятнее: что ответчик, обнаруживший мертвое тело, покинул место преступления, или что ответчик, обнаруживший мертвое тело, покинул место преступления из-за страха возможного обвинения в ужасном преступлении?

Канеман и Тверский выяснили, что даже врачи высокой квалификации совершают подобную ошибку<sup>[2]</sup>. Канеман и Тверский поставили перед группой интернов серьезную проблему: эмболия легких (закупорка легочной артерии сгустком крови). При наличии такого диагноза врач может назвать целый ряд симптомов. Некоторые из них, такие как частичный паралич, не являются типичными, другие, такие как затрудненное дыхание, вероятнее. Что произойдет скорее: страдающий эмболией испытает частичный паралич или же и паралич, и затрудненное дыхание? Канеман и Тверский обнаружили следующее: 91% врачей считают, что закупорка едва ли вызовет один лишь редкий симптом, скорее комбинацию симптомов: и паралич, и затрудненное дыхание. (В защиту врачей

скажу только, что пациенты не входят к ним в кабинет со словами: «У меня в легочной артерии сгусток крови. Определите симптомы».)

Через несколько лет один из студентов Канемана вместе с другим научным сотрудником обнаружил, что адвокаты в своих суждениях становятся жертвами того же предубеждения<sup>131</sup>. Неважно, уголовное ли дело или гражданское – именно адвокаты просчитывают возможные события, если дело доходит до суда. Какова вероятность оправдательного приговора, мировой или денежного штрафа в ту или иную сумму? Хотя адвокаты могут и не выражать свои мнения в численных вероятностных значениях, они дают совет, основываясь на собственных прогнозах относительного правдоподобия возможного исхода. В данном случае исследователи также выяснили, что адвокаты определяют как наиболее вероятные чрезвычайные обстоятельства, описанные более подробно. Например, когда Пола Джонс подала в суд на действовавшего президента Клинтона, были опрошены 200 практикующих юристов: какова вероятность того, что дело не доведут до конца? Некоторые рассматривали отдельные причины раннего завершения судебного дела или прекращения его судьей. Сравнивая две группы – адвокатов, которым задали простой вопрос: доведут ли судебное дело до конца, и адвокатов, которым сообщили ряд условий, при которых судебное дело может завершиться досрочно, – исследователи увидели: вторая группа оказалась многочисленнее, чем первая.

Способность оценивать значимые связи между разными явлениями, окружающими нас, может оказаться настолько важной, что ради нее стоит рассмотреть несколько примеров с миражами. Если голодный пещерный человек видит размытое зеленоватое пятно на камне в отдалении, ему гораздо дороже обойдется

невнимание к этому пятну, которое в действительности окажется жирной, вкусной ящерицей, нежели мгновенная реакция на пятно, которое в действительности окажется всего-навсего листиком дерева. Итак, теория говорит о следующем: вполне возможно, что, эволюционируя, мы избегали первой ошибки, совершая иной раз вторую.



Если говорить о математике, то считается, что древние греки разработали тот корпус, на котором держится современная математика: аксиомы, из которых выводились доказательства, порождавшие очередные теоремы, приводившие к новым доказательствам, новым теоремам и т. д. Однако в 1930-х гг. американский математик немецкого происхождения Курт Гедель, друг Эйнштейна, продемонстрировал, что такой подход в некоторой степени несовершенен: он сформулировал и доказал, что либо формальные системы определенного рода неполны, либо должны содержать утверждения, которые не могут быть доказаны. Тем не менее математика продолжала развиваться в древнегреческом ключе, то есть, по Эвклиду. Греки, эти гении по части геометрии, разработали небольшой набор аксиом и утверждений, принимаемых без доказательства, и, уже исходя из них, доказывали многие замечательные теоремы, определяя свойства прямых, плоскостей, треугольников и других геометрических фигур. Так, древние греки установили, к примеру, что земля представляет собой шар, и даже вычислили ее радиус. Можно только диву даваться, почему цивилизация, которая смогла породить теорему вроде 29-го предложения Книги I в «Началах» Эвклида – «Прямая, падающая

на параллельные прямые, образует накрест лежащие углы, равные между собой, и внешний угол, равный внутреннему, противолежащему с той же стороны, и внутренние односторонние углы, <вместе> равные двум прямым»\*, – не вывела теорему, из которой бы следовало, что, играя в кости, не стоит ставить свой «корвет» на то, что выпадут две шестерки.

Вообще-то, у древних греков не то что «корвета» – и игральных костей-то не было. Тем не менее в азартные игры они играли. В их распоряжении было достаточно скелетов животных, так что они бросали «бабки» – таранные кости\*\* копытных животных. У таранной кости – шесть сторон, но только четыре достаточно устойчивы, чтобы брошенная кость упала на одну из них. В наши дни ученые отмечают, что благодаря строению кости шансы того, что она упадет на одну из сторон, неравны: около 10% для двух из сторон и 40% для других двух. Была распространена игра, в которой выбрасывали четыре «бабки». Наилучшим считался бросок достаточно редкой комбинации: все четыре кости выпадали разными сторонами. Такой бросок назывался броском Венеры. Вероятность такого броска была 384 из 10.000, однако древние греки, за неимением в своем арсенале теории случайности, этого не знали.

В Древней Греции костями пользовались и тогда, когда вопрошали оракула. Вопрошающий мог получить ответ, который, как считалось, исходил от самих богов. Как видно из записей историка Геродота, а также свидетельств Гомера, Асклепия, Софокла, многие важные

---

\* Перев. с греч. и ком. Д. Мордухай-Болтовского, ОГИЗ, М. Л., 1948 г.

\*\* Кость между большеберцовой и пяточной, у копытных – надкопытная кость, или бабка. На Руси игра так и называлась – «бабки».



решения, принятые древними греками, были основаны на советах оракулов. Однако, несмотря на всю важность применения костей в азартных играх и гаданиях, древние греки даже не пытались понять закономерности бросков.

Почему же в Древней Греции теория случайности так и не появилась? Можно предположить, что греки верили: будущее вершится согласно воле богов. Если брошенные кости подразумевали что-то вроде: «бери в жены коренастую спартанку, которая прижала тебя к земле во время поединка за школой», греческий парень не рассматривал бросок как удачный (неудачный) результат случайного процесса, он видел в этом волю богов. При таком положении дел осмысление понятия случайности попросту не требовалось. Следовательно, математическое обоснование теории случайности оказывалось невозможным. Можно исходить и из философии, благодаря которой древние греки достигли таких высот в математике: они настаивали на абсолютной истине, подтвержденной логикой и аксиомами, а неопределенные высказывания их не устраивали. К примеру, в «Федоне» Платона Симмий говорит Сократу, что «доводы, доказывающие свою правоту через правдоподобие, – это самозванцы», и предвосхищает работу Канемана и Тверского, указывая на то, что «если не быть настороже, они обманут тебя самым жестоким образом. Так случается и в геометрии, и во всем прочем<sup>[4]</sup>». А в «Теэтете» Сократ говорит, что если бы какой геометр «стал пользоваться ею [вероятностью – перев.] в геометрии, грош была бы ему цена<sup>[5]</sup>». Но даже те из греков, которые считали, что цена вероятности больше гроша, испытали бы затруднения, разрабатывая последовательную теорию в те времена, когда еще не было принято записывать все происходящее, потому что, как известно, людская

память служит плохую службу, когда дело доходит до подсчетов частоты, а, следовательно, и вероятности, событий в прошлом.

Чего в английском языке больше: слов из шести букв, пятая из которых *n*, или слов из шести букв, имеющих окончание *-ing*? Большинство считают, что слов с окончанием *-ing* больше. Но почему<sup>[6]</sup>? Потому что такие слова быстрее приходят на ум. Однако нет необходимости рыться в «Оксфордском английском словаре» или даже уметь считать, чтобы доказать: подобное утверждение ошибочно. Ведь слова из шести букв, пятая из которых *n*, входят в группу слов с окончанием *-ing*. Психологи называют подобный тип ошибок тенденцией оценивать вероятность по наличию примеров: реконструируя прошлое, мы отдаем ничем не оправданное предпочтение тем воспоминаниям, которые отличаются наибольшей живостью и, следовательно, быстрее всплывают в памяти.

Но в случае с тенденцией оценивать вероятность по наличию примеров вот ведь какая незадача: она самым коварным образом искажает наше видение мира, искажая восприятие нами событий в прошлом и окружающей действительности. К примеру, людям свойственно преувеличивать число бездомных с умственными расстройствами, потому что когда они встречаются бездомного человека, в поведении которого не заметно никаких странностей, они не обращают на него внимания и не рассказывают своим друзьям о том, что столкнулись с ничем не примечательным бездомным. Однако когда они видят бездомного, шагающего по улице, размахивая руками в ответ на реплики воображаемого собеседника, и распевающего похоронный марш «Как святые войдут в рай», увиденное отпечатывается у них в памяти<sup>[7]</sup>. Какова вероятность того, что из пяти очередей в кассы супермаркета вы выберете ту, которая

будет продвигаться дольше всего? Если только на вас не навел порчу какой-нибудь черный маг, вероятность равна примерно 1 из 5. Тогда почему же задним числом вам кажется, будто это у вас такой «особый дар» – вставать в очередь, которая продвигается медленнее всего? А потому, что когда все идет как по маслу, вы обращаете внимание на что-то другое, более важное, однако волей-неволей задумываетесь, когда стоящая перед вами дама с одной куриной тушкой в тележке пускается в споры: почему ей проббили курицу по цене 1 доллар 50 центов, тогда как на ценнике у прилавка было 1 доллар 49 центов?

Яркой иллюстрацией того, как тенденция оценивать вероятность по наличию примеров может повлиять на наше суждение и принятие решения, является смоделированный суд присяжных<sup>[8]</sup>. В нашем примере присяжные были снабжены одинаковым объемом свидетельских показаний, как «за», так и «против», по делу о наезде на мусоровоз, который совершил якобы пьяный водитель. Подвох же заключался в том, что первой группе присяжных оправдательные свидетельские показания представили в более «спокойном» виде: «В результате перекрестного допроса владелец мусоровоза признался, что его мусоровоз ночью трудно заметить, так как он серого цвета». А вот второй группе те же самые показания представили в более «живом» свете: «В результате перекрестного допроса владелец мусоровоза заявил, что ночью его мусоровоз трудно заметить, так как он серого цвета. Владелец заметил, что все его мусоровозы серые „потому что так меньше заметна грязь. А мне что, покрасить их в розовый цвет, что ли?“». Обвинительные свидетельские показания также представили в двух версиях. Но на этот раз версию «поживее» услышала первая группа присяжных, а версию «поспокойнее» – вторая. И когда присяжных попросили вынести

вердикт – соотношение виновен/невиновен, – то наибольшее количество баллов выставлялось теми, кто услышал версию «поживее». К тому же эффект только усиливался в промежутке за двое суток до вынесения вердикта (предположительно в связи с особенностями восприятия информации и ее воспроизведения с течением времени).

Искажая наш взгляд на прошлое, тенденция оценивать вероятность по наличию примеров осложняет любые попытки разобраться. Это было справедливо для древних греков, справедливо и для нашего времени. Однако существовало и еще одно серьезное препятствие столь раннему возникновению теории случайности, препятствие исключительно практического свойства: основы теории вероятностей требовали всего лишь знания арифметики, но та форма арифметики, которая была знакома грекам, оказалась крайне неудобной для работы. К примеру, в Афинах в V в. до н.э, когда греческая цивилизация переживала свой расцвет, для записи цифр пользовались своего рода алфавитным кодом<sup>[9]</sup>. Первые девять из двадцати четырех букв древнегреческого алфавита обозначали цифры от 1 до 9. Следующие девять букв обозначали десятки: 10, 20, 30 и так далее. А последние шесть букв и еще три символа обозначали сотни: 100, 200... до 900. Если вы считаете, что математика вам не дается, представьте, каково вычестъ ΔΓΘ из ΩΨΠ! К тому же единицы, десятки и сотни записывались в произвольном порядке: иногда сотни писали в начале, иногда в конце, иногда вообще не придерживались никакого порядка. Ну и в довершение всего у древних греков не было нуля!

Ноль появился у греков, когда в 331 г. до н.э. Александр Македонский завоевал Вавилонское царство. Но даже когда александрийцы уже пользовались нулем, его все еще не рассматривали как самостоятельное число.

В современной математике число 0 наделено двумя основными свойствами: при сложении с нулем число не меняется; при умножении на любое число нуль не меняется. Эти положения стали применяться только в IX в. благодаря индийскому математику Махавире.

Но даже после перехода на удобную для использования систему счисления понадобилось не одно столетие, прежде чем люди признали сложение, вычитание, умножение и деление основополагающими математическими операциями и медленно осознали, что специальные символы облегчат выполнение этих операций. Поэтому лишь к XVI в. западный мир созрел для теории вероятностей. Несмотря на неудачную систему счисления, именно римляне, эти завоеватели греков, сделали первые шаги к пониманию случайности.



Вообще-то римляне относились к математике с презрением, по крайней мере, к математике греков. По словам римского сенатора Цицерона, жившего с 106 по 43 гг. до н.э., «греки более всего почитали геометрию; соответственно, в математике они достигли величайших успехов. Однако мы, действуя в пределах этого искусства, извлекли из математики пользу, приспособив ее для измерений и вычислений»<sup>[10]</sup>. В самом деле, в то время как в греческих книгах доказывалось равенство абстрактных треугольников, в римских книгах приводился ход вычислений глубины реки, другой берег которой занял неприятель<sup>[11]</sup>. Неудивительно, что греки дали миру столько великих математиков: Архимеда, Диофанта, Эвклида, Евдокса, Пифагора, Фалеса, а римляне – ни одного. С такими-то приоритетами<sup>[12]</sup>! Римляне ценили удобства и вели войны, их не интересовали истина и красота. Но именно благодаря

своей практичности они разглядели пользу от понимания вероятности. Поэтому, не видя особого проку от абстрактной геометрии, Цицерон написал, что «вероятность ведет нас по жизни»<sup>[13]</sup>.

Цицерона можно было бы назвать величайшим античным поборником принципа вероятности. Он прибегал к нему, когда оспаривал общепринятое объяснение успеха в азартных играх как божественного вмешательства, говоря, что «тому, кто играет, рано или поздно выпадет бросок Венеры, рано или поздно выпадет и два, три броска подряд. Но надо быть слабоумным, чтобы утверждать, будто это – результат личного вмешательства Венеры, а не чистой воды везенье»<sup>[14]</sup>. Цицерон верил, что событие возможно предвидеть, пусть даже оно и произойдет совершенно случайно. Он даже приводил доказательство из области статистики, высмеивая веру в астрологию. Цицерону не нравилось, что астрология, хоть и запрещенная в Риме, процветала; он отметил, что в 216 г. до н.э. в сражении при Каннах Ганнибал со своим пятидесятитысячным карфагенским войском, а также союзными войсками разгромил гораздо более многочисленную римскую армию: из 80 тыс. солдат полегло 60 тыс. «Едва ли у всех римских солдат, погибших в битве, был одинаковый гороскоп, – говорил Цицерон. И тем не менее всех постигла одна и та же участь<sup>[15]</sup>». Цицерону наверняка было бы приятно узнать, что пару тысячелетий спустя в одном солидном научном журнале ученые, изучив обоснованность астрологических предсказаний, согласились с его выводами<sup>[16]</sup>. С другой стороны, сегодня в «Нью-Йорк пост» напечатали, что мне, Стрельцу, следует отнестись к критике объективно, приняв ее во внимание.

В итоге Цицерон внес немалый вклад в развитие идей вероятности – термин *probabilis*, который он использовал, лег в основу современного термина.

И лишь в «Дигестах», одной из частей римского права, составленного императором Юстинианом I, появляется документ, в котором впервые вероятность упоминается как юридический термин<sup>[17]</sup>. Чтобы оценить то, как римляне применили математические суждения в теории права, необходимо представлять себе те времена: римское право в Средние века основывалось на обычном, т.е. основанном на обычаях, праве германских племен. Которые мягкостью не отличались. Взять, к примеру, свидетельские показания. Правдивость мужа, отрицающего любовную связь с портничьей жены, определялась бы не способностью муженька выдержать уколы адвоката противной стороны, а тем, станет ли он придерживаться своей версии даже после уколов – настоящих, каленым железом. (Вот увидите: стоит только вернуться к такому обычаю, как очень многие будут разводиться без всякой помощи со стороны суда.) И если обвиняемый скажет, что колесница даже не пыталась затормозить, а привлеченный в качестве эксперта свидетель по следам лошадиных копыт заявит, что пыталась, германское право предписывало довольно-таки простой рецепт: «Пусть спор разрешится посредством поединка на копьях между двумя с обеих сторон. Проигравший будет сочтен лжесвидетелем, и ему отсекут правую руку»<sup>[18]</sup>.

Заменяя или скорее дополняя судебную практику сражением, римляне стремились с помощью математической точности исправить недостатки своей старой, произвольной системы. Как мы видели, римская идея справедливости включала в себя прогрессивные понятия. Признавая, что доказательства и свидетельские показания зачастую вступают в противоречие и что наилучший способ разрешить такое противоречие – выразить неизбежную неопределенность в количественном виде, римляне ввели понятие неполного доказательства.

Оно применялось в тех случаях, когда отсутствовали неопровержимые основания для того, чтобы верить или не верить доказательствам или свидетельским показаниям. В некоторых случаях римская теория допускала еще более детальные степени доказательства, как, например, в положении о церкви: «епископ может быть осужден только при наличии семидесяти двух свидетелей... иерей может быть осужден только при наличии сорока четырех свидетелей, дьякон города Рима – при наличии тридцати шести свидетелей, иподьякон, пономарь, заклинатель, изгоняющий беса, псаломщик или дверник – при семи свидетелях<sup>[19]</sup>». Чтобы человека осудили при таких правилах, он должен не только совершить преступление, но и убедить в этом других. И все же признание того, что вероятность истины в показаниях может варьировать и что необходимы правила для сочетания таких вероятностей, – уже что-то. И вот в таком маловероятном месте, как древний Рим, впервые возник упорядоченный набор правил, в основе которых лежала вероятность.

К сожалению, едва ли возможно с ловкостью жонглировать числами вроде «VIII» или «XIV». В конце концов, хотя римское право было не лишено определенной доли юридического рационализма и связности, ему недоставало математической обоснованности. К примеру, в римском праве два неполных доказательства составляли полное доказательство. Это может показаться резонным тому, чей ум не привык мыслить категориями количества. При сегодняшней распространенности дробей напрашивается вопрос: если два неполных доказательства составляют полное доказательство, то чему равны три неполных доказательства? Согласно правильному методу сложения вероятностей, полное доказательство невозможно составить не только из двух неполных доказательств, но и из



любого количества неполных доказательств, потому что при сложении вероятностей нужно не складывать их, а умножать.

Что подводит нас к очередному закону, правилу сложения вероятностей: «Если два вероятных события, А и В, не зависят друг от друга, то вероятность того, что А и В произойдут, равна произведению их отдельных вероятностей». Предположим, каждый год у человека женатого вероятность развестись равна примерно 1 к 50. С другой стороны, каждый год у полицейского вероятность погибнуть при исполнении равна 1 к 5 000. Какова вероятность для женатого полицейского развестись и погибнуть в одном и том же году? Согласно вышеприведенному принципу, если события независимы друг от друга, шансы окажутся примерно такими:  $1/50 \times 1/5\,000$ , то есть  $1/250\,000$ . Конечно же, события эти не являются независимыми друг от друга, они связаны: если полицейский погибнет, как он, черт возьми, может развестись? В таком случае вероятность такого исключительного невезения на самом деле получается чуть менее 1 из 250.000.

Но почему умножение, а не сложение? Предположим, у вас фотографии 100 парней, с которыми вы познакомились через сайт знакомств в Интернете, тех самых парней, в профиле у которых висит фотография, напоминающая Тома Круза, а в жизни они скорее смахивают на Дэнни Де Вито. И вот вы подбираете наиболее привлекательных кандидатов. Предположим также, что на обратной стороне каждой фотографии вы пишете два качества парня, к примеру, честный («да» или «нет») и привлекательный («да» или «нет»). И, наконец, предположим, что 1 из 10 возможных родственных душ получает в каждом случае «да» или «нет». Сколько парней из 100 пройдут тест по обеим категориям? Возьмем честность как

основную черту (впрочем, можно основной сделать и привлекательность). Поскольку 1 из 10 получает «да» в категории «честный», в итоге останутся 10 парней из 100. Сколько парней из этих 10 окажутся привлекательными? Снова 1 из 10. В итоге у вас остается одна фотография. Первые 10 из 100 снижают вероятность на  $1/10$ , то же самое происходит и при следующем отборе – 1 из 10. Как результат, 1 из 100. Вот почему мы умножаем. И если ваши требования не ограничиваются честностью и привлекательностью, придется все умножать и умножать, так что... удачи!

Прежде чем мы продолжим, стоит обратить внимание на одну важную деталь: условие «если два вероятных события, А и В, не зависят друг от друга». Предположим, в самолете осталось 1 свободное место, а регистрацию не прошли еще 2 пассажира. Предположим, что работники аэропорта по своему опыту знают: в 2 из 3 случаев пассажир, забронировавший место, все же прибывает. Воспользовавшись правилом умножения, бортпроводница у входа на посадку может прийти к следующему выводу: вероятность того, что ей придется иметь дело с недовольным пассажиром, равна  $2/3 \times 2/3$ , то есть примерно 44%. С другой стороны, вероятность того, что пассажир не явится вовсе, а самолет так и улетит с одним незанятым местом, равна  $1/3 \times 1/3$ , то есть примерно 11%. Но это при условии того, что пассажиры не зависят друг от друга. А если, скажем, они летят вместе? В таком случае вышеприведенные выкладки не действуют. Вероятность того, что прибудут оба пассажира, равна 2 из 3 – такая же, что и вероятность появления одного пассажира. Важно не забывать, что суммарная вероятность из простых вероятностей получается только при условии, если события никоим образом не связаны друг с другом.

Правило, которым мы только что воспользовались, вполне возможно применить и к римской идее неполных доказательств: вероятность ошибочности двух независимых друг от друга неполных доказательств равна 1 из 4, таким образом, два неполных доказательства составляют  $3/4$  доказательства, а не целое. Римляне применили сложение там, где следовало применить умножение.

Однако существуют ситуации, в которых вероятности следует суммировать, и тут мы переходим к следующему закону. Потребность в нем возникает, когда нам надо узнать: каковы шансы того, что произойдет одно либо другое событие, в противоположность предыдущей ситуации, когда нужно было узнать: каковы шансы того, что и одно и другое событие произойдут вместе. Закон гласит: «Если событие состоит из ряда элементарных исходов А, В, С и т.д., то вероятность А или В равна сумме отдельных вероятностей А и В, а сумма вероятностей всех возможных исходов (А, В, С и т.д.) равна 1 (т.е. 100%)». Если вы хотите узнать, какова вероятность того, что два независимых друг от друга события, А и В, произойдут, вам надо будет произвести умножение; если вы хотите узнать вероятность того, что любое из двух взаимоисключающих событий, А или В, произойдет, вы производите сложение. Вернемся к нашему самолету. Когда бортпроводнице нужно будет суммировать вероятности, а не умножать их? Предположим, она хочет узнать, какова вероятность того, что явятся либо оба пассажира, либо не явится ни один. В таком случае она должна сложить отдельные вероятности, которые согласно произведенным нами выше подсчетам будут равны 55%.

Эти три правила, такие простые, и лежат в основе теории вероятностей. Если применять их должным образом, можно многое понять в механизмах природы

и повседневной жизни. Принимая решения, мы постоянно пользуемся этими правилами. Однако, как и римские законодатели, не всегда корректно.



Легко задним числом качать головами и писать книжки вроде «Этих ужасных римлян» («Схоластик», 1994). Но чтобы предупредить ничем не оправданное самодовольство, в заключение этой главы рассмотрим некоторые способы, при помощи которых те самые основные правила, о которых я рассказал, могут быть применены и к нашей правовой системе. Оказывается, этого достаточно, чтобы отрезвить любого опьяненного своим культурным превосходством.

Радует тот факт, что в наше время неполных доказательств не существует. Однако существует что-то вроде 999.000/1.000.000 доказательства. Об этом знают специалисты, которых привлекают на уголовном процессе к анализу ДНК с места преступления на предмет ее совпадения с ДНК подозреваемого. Насколько надежны такие сравнения? Когда впервые ввели анализ ДНК, целый ряд специалистов отметили: теперь ошибка исключена. В наше же время признают, что вероятность совпадения ДНК с места преступления с ДНК случайного человека равна менее 1 из 1 млн или 1 из 1 млрд. При такой-то вероятности едва ли можно винить присяжного за мысли вроде: «Тюрьма по нему плачет!». Но существует и другая статистика, в которую присяжных обычно не посвящают, и связана она с тем фактом, что совершают ошибки лаборатории: когда берут образец или производят с ним манипуляции, когда случайно путают образцы, подменяют один другим, неверно интерпретируют результаты или же ошибаются в отчетах. Каждая из этих ошибок случается

редко, однако не реже совпадения образца ДНК с ДНК случайного человека. К примеру, в филадельфийской криминалистической лаборатории признались, что при расследовании случая изнасилования перепутали контрольный образец обвиняемого с образцом жертвы, да и в компании «Селлмарк Диагностикс», выполняющей анализы, рассказали о подобном случае<sup>[20]</sup>. К сожалению, сила данных по ДНК анализу такова, что оклахомский суд, основываясь на этих данных, приговорил некоего Тимоти Дарема к более чем 3 тыс. лет тюремного заключения, и это несмотря на показания одиннадцати свидетелей, которые утверждали, что на момент совершения преступления Дарем находился в другом штате. Оказалось, что на начальном этапе анализа в лаборатории не удалось полностью разделить ДНК насильника и ДНК жертвы, в результате чего получившаяся комбинация дала положительный результат при сравнении с ДНК Дарема. Позднее повторный анализ выявил ошибку и Дарема выпустили, однако к тому времени он провел за решеткой почти четыре года<sup>[21]</sup>.

Данные подсчетов частоты ошибок, возникших по вине человека, различаются, однако многие специалисты говорят о примерно 1%. Но так как частоту ошибок по многим лабораториям никто не проверял, в судах редко принимают во внимание показания относительно подобной общей статистики. Даже если бы и принимали, как бы присяжные смогли оценить их? Большинство присяжных допускают, что при наличии двух типов ошибок – 1 из 1 млрд при случайном совпадении и 1 на 100 при ошибочном совпадении в лаборатории – общая частота ошибок должна находиться где-то посередине, скажем, 1 из 500 млн. Цифра, по мнению присяжных, не дающая поводов для обоснованного сомнения.

А ход мысли такой. Раз обе ошибки крайне маловероятны, можно не обращать внимания на вероятность

и случайного совпадения, и ошибки лаборатории. Следовательно, находим вероятность того, что случится либо одна ошибка, либо другая. Что, по правилу сложения, равно: вероятность ошибки лаборатории (1 из 100) + вероятность случайного совпадения (1 из 1 млрд). Поскольку второе в 10 млн меньше первого, то в весьма хорошем приближении вероятность обеих ошибок равна вероятности более вероятной ошибки, то есть, 1 из 100. Таким образом, можно пренебречь предупреждением специалистов о возможности случайного совпадения, и обратить внимание на гораздо более вероятный риск лабораторных ошибок. А ведь зачастую суды не позволяют адвокатам предоставлять эти данные! Выходит, что мнения о надежности анализа ДНК преувеличены.

И это не отдельный вопрос. Использование математических выкладок в современной правовой системе сопряжено с затруднениями ничуть не в меньшей степени, чем в Риме много столетий назад. Одним из наиболее известных дел, служащих примером правильного и неправильного применения вероятности в юриспруденции, является дело «Штат против Коллинзов», слушания по которому проходили в 1968 г. в калифорнийском Верховном суде<sup>[22]</sup>. Вот выдержка из судебного решения:

«18 июня 1964 г. около 11:30 миссис Хуанита Брукс, совершавшая покупки, шла вдоль переулка в Сан-Педро, г. Лос-Анджелес. За собой она катила тележку с плетеной корзиной, в которой лежали продукты, а поверх – кошелек. Миссис Брукс опиралась на трость. Когда она наклонилась, чтобы поднять пустую коробку, ее внезапно сбил человек – она не видела и не слышала его приближения. После падения миссис Брукс не сразу пришла в себя – она больно ударилась. Подняв голову, миссис Брукс успела заметить

убегавшую молодую женщину. По словам миссис Брукс, женщина была среднего сложения, одета «во что-то темное», а о цвете волос миссис Брукс отозвалась как о «чем-то среднем между русым и светлой блондинкой», но светлее, чем волосы обвиняемой Джанет Коллинз, как выяснилось во время суда. Сразу после случившегося миссис Брукс обнаружила, что исчез ее кошелек, в котором было долларов 35 или 40.

Примерно в то же самое время, как произошло ограбление, Джон Басс, живущий в том же переулке, только в самом конце, поливал газон перед домом. Его внимание привлекли «плач и крики». Он повернулся на звуки и увидел, как из переулка выбегает женщина и садится в желтую машину через дорогу. Машину тут же завели; она рванула, на скорости объезжая другую машину, и при этом проехала совсем рядом с Бассом. Басс заметил, что за рулем сидел негр с усами и бородой... Другие свидетели описывали машину как желтую, желтую с кремово-белым верхом, желтую с верхом цвета яичной скорлупы. О самой машине отзывались как о большой либо средних размеров».

Через несколько дней после ограбления лос-анджелесский полицейский заметил желтый «линкольн» с кремово-белым верхом – машина стояла у дома обвиняемых. Полицейский вступил с ними в разговор, объясняя, что расследует ограбление. Он отметил, что внешность подозреваемых соответствовала описанию свидетелей, за исключением бороды у мужчины, впрочем, мужчина сказал, что раньше носил бороду. В тот же день, только позднее, полиция арестовала подозреваемых, ими оказались Малькольм Рикардо Коллинз и его жена Джанет.

Улик против подозреваемой пары было недостаточно, и дело строилось в основном на их опознании жертвой и свидетелем, Джоном Бассом. К несчастью

для обвиняющей стороны, ни миссис Брукс, ни Джон Басс не годились в качестве главных свидетелей. Миссис Брукс не могла опознать Джейн как исполнителя преступления, а водителя машины вообще не видела. Джон Басс не видел саму преступницу, а из нескольких лиц, предъявленных к опознанию, не смог с уверенностью показать водителя. Казалось, дело разваливается.

И тут появляется главный свидетель, который в бумагах суда записан всего лишь как «учитель математики из государственного колледжа». Этот свидетель сделал заявление: факта того, что обвиняемые были «белой женщиной со светлыми волосами, завязанными в хвост... [и] негром с бородой и усами», который сидел за рулем частично желтой машины, достаточно для признания пары виновной. Чтобы наглядно доказать свое утверждение, обвиняющая сторона представила следующую таблицу, слово в слово приведенную из решения суда:

Характерная особенность	Отдельная вероятность
частично желтая машина	1/10
мужчина с усами	1/4
негр с бородой	1/10
женщина с волосами, завязанными в хвост	1/10
женщина со светлыми волосами	1/3
мужчина и женщина разной расовой принадлежности в машине	1/1000

Учитель математики, выступавший со стороны обвинения, сказал, что к этим данным применимо



правило умножения вероятностей. Умножая все вероятности, можно прийти к выводу, что шанс Коллинзов на соответствие всем этим четким характеристикам равен 1 из 12 млн. Соответственно, по словам обвинителя, можно заключить, что вероятность Коллинзов оказаться невиновными равна 1 из 12 млн. Затем обвинитель отметил, что эти отдельные вероятности являются оценочными показателями, и предложил присяжным высказать свои собственные догадки, а затем перейти к математическим подсчетам. Сам он, продолжал обвинитель, полагает, что показатели достаточно скромные; у него вероятность с учетом факторов приближается к 1 из млрд. Присяжные согласились и вынесли обвинительный приговор.

Что здесь не так? Во-первых, как мы уже убедились, чтобы получить суммарную вероятность путем умножения отдельных вероятностей, эти отдельные вероятности должны быть независимыми друг от друга, а в данном случае это явно не так. К примеру, в таблице вероятность «негра с бородой» равна 1 из 10, а «мужчины с усами» – 1 из 4. Но большинство бородатых мужчин носят и усы, поэтому если был замечен «негр с бородой», вероятность того, что у наблюдаемого мужчины есть усы, уже не равна 1 из 4, она гораздо выше. Это несоответствие может быть устранено, если убрать категорию «негр с бородой». В таком случае согласно правилу умножения вероятностей получится 1 из 1 млн.

Однако в анализе допущена и другая ошибка: вероятность, указанная выше, – что произвольно выбранная пара совпадет по описанию с описанием подозреваемых – не является искомой вероятностью. Скорее, это вероятность того, что пара, отвечающая всем приведенным характеристикам, является виновной. Первая вероятность может быть равной 1 из 1 млн. Что до второй, то при условии, что население района,

прилегающего к району совершения преступления, составляет несколько миллионов, можно с достаточным основанием говорить о 2–3 парах, соответствующих описанию. В таком случае вероятность того, что пара, отвечающая описанию, виновна, основывается на одном только этом доказательстве (в принципе, единственном, имевшемся в распоряжении обвинения) и равна всего 1 из 2 или 3. И где здесь отсутствие обоснованного сомнения? В результате Верховный суд отменил решение об обвинительном приговоре.

Применение принципов вероятности и статистики во время судебных заседаний наших дней все еще вопрос спорный. В деле Коллинзов калифорнийский Верховный суд осмелел так называемое «математическое разбирательство дела», однако не исключил возможности «корректного использования математических методов». В последующие годы в судах редко рассматривались доводы с использованием математических доказательств, но даже когда адвокаты с судьями и не прибегали к вероятности или математической теореме открыто, зачастую они все же использовали их при обосновании своих доводов, как и присяжные, когда оценивали доказательства. Более того, доводы с привлечением статистических данных становятся все более значимыми благодаря необходимости оценивать доказательства с привлечением анализа ДНК. К сожалению, все возрастающая необходимость не обернулась все возрастающим пониманием со стороны адвокатов, судей, присяжных. Томас Лайон, преподающий теорию вероятностей и право в Университете Южной Калифорнии, объясняет это так: «Очень немногие студенты-правоведы выбирают в качестве дополнительной дисциплины курс теории вероятностей, и очень немногие адвокаты считают, что такая теория вообще применима в юриспруденции»<sup>[23]</sup>.

В области права, как нигде, благодаря пониманию теории случайности возможно докопаться до самой глубины, открыв истину, однако под силу это только тем, кто умеет пользоваться соответствующими методами. В следующей главе мы познакомимся с жизнью первого человека, взявшегося за систематическое изучение этих методов.

## ПРОДИРАЯСЬ ЧЕРЕЗ ДЕБРИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Во второй половине XVI в. и до 1576 г. на улицах Рима можно было встретить странно одетого старика с неровной походкой, который время от времени что-то кричал, адресуя свои вопли непонятно кому. Когда-то он был знаменит по всей Европе – известный астролог, врач, лечивший придворную аристократию, профессор кафедры медицины в Университете Павии. Ему принадлежат изобретения, актуальные и поныне, в том числе первый замок с секретом и карданный вал, используемый в наше время в автомобилестроении. Он опубликовал 131 книгу по самым разным темам в философии, медицине, математике и прочих науках. Однако к 1576 г. он превратился в человека с богатым прошлым и без будущего, доживая свой век в забвении и унижительной бедности. В конце лета того года он в последний раз сел за стол и написал оду своему любимому сыну, старшему, которого казнили шестнадцать лет назад, в возрасте двадцати шести лет. Старик умер 20 сентября, когда до юбилея – семидесяти пяти лет – оставалось всего несколько дней. Он пережил двух из трех своих детей; пока он умирал, его единственный оставшийся в живых сын поступил на службу Инквизиции – пытать еретиков. Такое теплое местечко досталось ему в качестве награды за свидетельство против своего же отца.

Перед смертью Джероламо Кардано сжег 170 неопубликованных рукописей<sup>[1]</sup>. Те, кто просматривал потом вещи Кардано, нашли 111 сохранившихся рукописей. Одна из них, написанная несколько десятилетий тому назад, выглядела так, будто к ней не раз возвращались – это было исследование из тридцати двух главок. Называлось оно «Трактат об азартных играх» и было первым письменным трудом по теории вероятностей. Люди тысячелетиями сталкивались с различными факторами неопределенности, причем это были не только азартные игры. Получится ли у меня перейти пустыню до того, как кончится вся вода? Опасно ли оставаться под скалой, когда землю трясет вот как прямо сейчас? Означает ли улыбка этой пещерной девчонки, которая любит рисовать бизонов на скалах, что я ей приглянулся? И все же Кардано первым дал обоснованный анализ того направления, в котором развиваются игры или другие неопределенные процессы. Его проникновение в суть механизма действия вероятности обернулось принципом, который мы назовем законом пространства элементарных событий. Закон этот представил новую идею и новую методологию, он лег в основу математического описания неопределенности, которым стали пользоваться в последующие столетия. Методология проста, это аналог законов вероятности, которыми пользуются при погашении чековой книжки. Однако, применяя этот простой метод, мы сможем рассмотреть многие вопросы системно, в то время как иной, несистемный подход породил бы лишь путаницу. Чтобы на деле показать и применение, и силу закона, рассмотрим одну задачу. Ее постановка проста, да и решение не требует знаний высшей математики, но об нее наверняка споткнулось больше народу, чем о любую другую задачу за всю историю изучения случайности.



Если верить газетным публикациям, рубрика «Спросите Мэрилин» журнала «Парад» была просто-напросто обречена на феноменальный успех. Эта начатая еще в 1986 г. колонка вопросов и ответов, размноженная в 350 газетах общим тиражом в 36 млн, до сих пор привлекает читателей. Вопросы иногда оказываются не менее познавательными, чем ответы на них, это в своем роде опрос общественного мнения на тему того, что на уме у американцев. К примеру:

Почему при окончании торгов на фондовой бирже все встают и, улыбаясь, аплодируют независимо от того, поднялись за день акции или опустились?

Подруга беременна близнецами и знает, что оба будут мальчиками. Какова вероятность того, что хотя бы один младенец окажется девочкой?

Когда вы за рулем и наезжаете на мертвого скунса, почему вонь от него доносится до вас аж десять секунд спустя? Предположим, вы на самом деле не пересекли скунса.

Судя по всему, американцы – народ весьма практичный. Следует отметить, что в каждом из вышеприведенных вопросов содержится определенная научная или в частности математическая составляющая, черта, присущая многим из вопросов, на которые в колонке дан ответ.

Кто-нибудь, особенно тот, кто хоть немного знает о математике и науке вообще, может спросить: «А вообще кто она такая, эта всезнающая Мэрилин?» Так вот, Мэрилин это Мэрилин вос Савант, а знаменита она тем, что уже несколько лет значится в «Книге рекордов Гиннесса» как человек с самым высоким в мире коэффициентом интеллекта, равным 228. Также она известна тем, что замужем за Робертом Джарвиком,

изобретателем искусственного сердца Джарвика. Однако иногда знаменитые люди, несмотря на все то, чего смогли добиться, остаются в памяти совсем по другим причинам, о которых им самим очень хотелось бы забыть («У меня не было связи с этой женщиной»). Так и с Мэрилин: ее наибольшая популярность связана с ответом на вопрос, который был опубликован в воскресном выпуске в сентябре 1990 г. (я чуть изменил формулировку):

Предположим, участники телевикторины должны выбрать одну из трех дверей. За одной дверью находится машина, за двумя другими – по козе. Участник выбирает дверь, а ведущий, которому известно, что находится за каждой из дверей, открывает одну из оставшихся, за которой коза. Затем он говорит участнику: «Итак, вы смените дверь или останетесь на месте?» Вопрос в следующем: выгодно ли участнику сменить дверь?<sup>[2]</sup>

Вопрос навеян телевикториной «На что спорим?», которая шла с 1963 по 1976 гг., а также в несколько измененном виде с 1980 по 1991 гг. Немалую привлекательность передаче сообщали симпатичный, приятный ведущий Монти Холл и его помощница – соблазнительно одетая Кэрол Меррилл, в 1957 г. завоевавшая титул «Мисс Азуса\*».

Должно быть, автор передачи удивился, когда из 4.500 эпизодов за почти двадцать семь лет вещания именно вопрос на тему математической вероятности оказался самым ярким из всего, чтобы прозвучало в программе. Тема, что называется, обессмертила и Мэрилин, и телевикторину: читатели буквально забросали редакцию издания, в котором печаталась

---

\* Азуса – город в Калифорнии.

колонка Мэрилин. Вообще-то, вопрос на первый взгляд незамысловатый. Остаются две двери – откроешь одну и выиграешь, откроешь другую и проиграешь, – так что очевидно: пойдешь ли ты на это или нет, твои шансы выиграть равны 50/50. Куда уж проще? Однако Мэрилин в своей колонке ответила: имеет смысл сменить дверь.

Несмотря на пресловутую инертность общества там, где речь заходит о математике, читатели колонки отреагировали так, будто Мэрилин предлагала нечто ужасное, скажем, вернуть Калифорнию Мексике. В ответ на ее отрицание очевидного последовал шквал писем: по словам Мэрилин, она получила что-то около 10 тыс. откликов<sup>[3]</sup>. Если спросить американцев, согласны ли они, что растения выделяют в воздух кислород, что скорость света выше скорости звука, что радиоактивное молоко не станет безопасным для здоровья после кипячения, то в каждом случае число несогласных будет двузначным (13%, 24% и 35% соответственно)<sup>[4]</sup>. Но в данном вопросе американцы продемонстрировали единодушие: 92% заявили о том, что Мэрилин ошиблась.

Многие читатели почувствовали себя обманутыми в лучших чувствах. Как могла та, чьим ответам по самым разным вопросам они верили, споткнуться на таком простом вопросе? Или ее ошибка типична как символ вопиющего невежества американцев? Мэрилин написали тысяча докторов наук, преподающих математику – они-то как раз и возмущались больше всех<sup>[5]</sup>. «Какая чушь!», писал один математик из Университета Джорджа Мейсона:

«Поясняю: Если за одной из трех дверей машины не оказалось, то вероятность выигрыша при оставшихся двух дверях меняется и равна 1/2, причем ни



один из вариантов не имеет большую вероятность. Как математик я очень огорчен общим низким уровнем математических способностей населения. Поэтому призываю вас помочь повысить этот уровень, признав свою ошибку, и впредь быть более аккуратной».

Из Дикинсонского университета штата пришло такое письмо: «Меня потрясает то, что после поправок по крайней мере троих математиков вы по-прежнему не видите свою ошибку». Из Джорджтаунского такое: «Сколько писем от разгневанных математиков вам еще нужно, чтобы передумать?» А кто-то из Исследовательского института вооруженных сил США заметил: «Если все эти доктора наук ошибаются, будущее нашей стране вызывает серьезные опасения». Отклики продолжали приходиться в таких количествах и еще столько времени, что Мэрилин сдалась. В своей колонке она какое-то время еще отвечала на письма, но в конце концов перестала.

Возможно, что тот офицер, который написал про докторов наук и будущее страны, и прав: возможно, это тревожный сигнал. Но вот в чем дело: Мэрилин в самом деле была права. Когда Полу Эрдешу, известнейшему математику двадцатого столетия, сказали об этом, он заявил: «Это невозможно». И уже ознакомившись с математическим доказательством правильности ответа, все равно стоял на своем, даже рассердился. Только когда коллеги настояли на компьютерном моделировании ситуации, в результате чего Эрдеш стал свидетелем сотни вариантов с результатом 2 к 1 в пользу смены двери, ученый сдался, признав свою неправоту<sup>[6]</sup>.

Как может нечто, что кажется таким очевидным, на деле оказаться неверным? По словам гарвардского профессора, занимающегося теорией вероятностей

и статистикой, «нашему мозгу затруднительно решать задачи на тему теории вероятностей»<sup>[7]</sup>. Великий американский физик Ричард Фейнман однажды сказал мне, что не стоит думать, будто я понимаю физику, если при этом я всего лишь прочитал результаты чужих размышлений. Единственный способ разобраться в теории, сказал он, это пройти весь путь самому (а может статься, и опровергнуть утверждение!). Для тех из нас, кто не является Фейнманом, подобное опровержение работы, сделанной другими, грозит увольнением и дальнейшими умствованиями в процессе подметания дворов. Однако задачу Монти Холла вполне по силам решить и тому, кто не отягощен высшим математическим образованием. Тут не требуется знаний ни численных методов, ни геометрии с алгеброй, нет нужды даже в амфетаминах, к которым, как говорят, питал пристрастие Эрдеш. (Якобы однажды Эрдеш не принимал их целый месяц, после чего заметил: «Прежде, когда я смотрел на чистый лист бумаги, у меня в голове роились идеи. Теперь же я только и вижу, что чистый лист бумаги»<sup>[8]</sup>). Требуется лишь общее понимание принципа действия вероятности, а также закона пространства элементарных событий, необходимого для анализа ситуации с вероятностями, который впервые был записан в XVI в. и автор которого – Джероламо Кардано.



Джероламо Кардано вовсе не был бунтарем-одиночкой, отколовшимся от европейской интеллектуальной среды XVI в. Он так же, как и многие, верил, что собака воеет к смерти близкого человека, а вороны на крыше своим карканьем возвещают о скором тяжком недуге. Он, как и многие, верил в фатум, удачу, знаки судьбы, зашифрованные в положении звезд и планет.

И все же, играй Кардано в покер, он никогда не стал бы добирать и добирать карту. Кардано был прирожденным игроком. Он не высчитывал ходы, он их чувствовал, поэтому у него понимание математических связей между возможными случайными результатами игры пересилило веру в то, что из-за влияния судьбы любые попытки проникновения в суть тщетны. Кроме того, в своем трактате Кардано поднялся выше того примитивного уровня, на котором находилась математика его дней – в начале XVI в. не то что алгебра, арифметика переживала каменный век, еще не появился даже знак равенства.

Кардано оставил свой след в истории; многое о нем известно из его автобиографии, а также записок современников. Некоторые из этих записок противоречивы, однако ясно одно: родившийся в 1501 г. Джероламо поначалу ничем не блистал. Его мать, Кьяра, детей не любила, хотя и имела уже троих мальчиков. Возможно, потому и не любила. Кьяра отличалась невысоким ростом, полнотой, вспыльчивым характером и неразборчивостью в связях; узнав о том, что беременна Джероламо, она решила приготовить нечто вроде противозачаточной таблетки тех времен: варево из полыни, поджаренного ячменного зерна и корня тамариска. Вариво она выпила в надежде, что удастся избавиться от плода. Ей стало дурно, однако Джероламо в утробе ничуть не пострадал от тех продуктов обмена веществ, которые благодаря вареву попали в кровь матери. Кьяра еще не раз пыталась избавиться от Джероламо, но безуспешно.

Кьяра и отец Джероламо, Фачио Кардано, не были официально женаты, однако вели себя как настоящая супружеская пара – их громкие перебранки разносились далеко по округе. Жили они в Милане. За месяц до рождения Джероламо мать ушла из дома к своей

сестре в Павию, что в тридцати километрах к югу от Милана. Джероламо родился после трех дней болезненных схваток. Наверняка, едва глянув на младенца, Кьяра решила в конце концов избавиться от него. Он был болезненным и, что еще хуже, не подавал голоса. Повитуха, принимавшая у Кьяры роды, сказала, что младенец не проживет и часа. Но если Кьяра подумала «Вот и хорошо!», то ее в очередной раз ждало жестокое разочарование, потому как кормилица отогрела Джероламо в ванне с теплым вином – он ожил. Однако здоровья ему хватило лишь на первые несколько месяцев. Потом его, а также кормилицу и троих братьев свалила чума. Под чумой, или иначе «черной смертью», как ее иногда называли, на самом деле имеют в виду три разных заболевания: чуму бубонную, легочную и септическую. Джероламо подцепил бубонную, самую распространенную, названную так по бубонам – болезненным, размером с яйцо воспалениям в лимфатических узлах – отличительным симптомам болезни. Как только бубоны открывались, больному оставалось жить с неделю, не больше.

«Черная смерть» впервые проникла в Европу в 1347 г. через залив в Мессине на северо-востоке Сицилии – ее принесла возвращавшаяся с Востока генуэзская флотилия<sup>[9]</sup>. Суда тут же поставили на карантин, и вся команда умерла прямо на борту. Однако крысы с кораблей выжили, они спешно переправились на берег, неся на себе и бактерии, и блох-разносчиков. В результате разразившейся эпидемии за два месяца вымерло полгорода, а в конечном счете – от 25% до 50% населения Европы. Впоследствии эпидемии из столетия в столетие возвращались, унося жизни европейцев. Для Италии 1501 г. оказался особенно страшным. Кормилица Джероламо и его братья умерли. Он же, счастливчик, отделался лишь физическими изъянами: бородавками

на носу, лбу, щеках и подбородке. На роду ему написано было дожить до глубокой старости – семидесяти пяти лет. Юные же годы Джероламо не были спокойными, его часто поколачивали.

Отец Джероламо наладил ловкий бизнес. Некогда он состоял в приятельских отношениях с Леонардо да Винчи, а по роду деятельности занимался геометрией, которая и в те времена не приносила больших денег. Фачио иной раз нечем было заплатить за жилье, и он открыл контору, оказывая людям знатного происхождения услуги в области права и медицины. Контора его стала процветать, чему способствовало и то, что Фачио объявил себя наследником брата Джофредо Кастильони из Милана, более известного как папа Целестин IV. Когда Джероламо исполнилось пять лет, отец в некотором смысле начал приобщать его к своему делу. А именно: привязывал к спине сына короб, совал туда тома по юриспруденции и медицине и таскал мальчишку на встречи со своими покровителями по всему городу. Позднее Джероламо писал, что «время от времени отец приказывал мне остановиться посреди улицы, доставал из короба фолиант и, используя мою голову в качестве подставки, читал целые отрывки, пиная меня, если я уставал и начинал переминаясь с ноги на ногу под такой тяжестью<sup>[10]</sup>».

В 1516 г. Джероламо решил податься в медицину. Он объявил, что собирается покинуть семью и отправиться на учебу в Павию. Фачио, конечно же, хотел, чтобы сын изучал право – в таком случае ему ежегодно выплачивали бы стипендию в 100 крон. После жуткого семейного скандала отец сдался, но по-прежнему не решен был вопрос: на что Джероламо будет жить в Павии без стипендии? Джероламо начал копить деньги, зарабатывая на чтении гороскопов, частных уроках по геометрии, алхимии, астрономии. Кроме

того, Джероламо заметил, что в азартных играх ему сопутствует удача, к тому же игра приносила гораздо больше, чем любые другие занятия.

Для тех, кто во времена Кардано испытывал страсть к азартным играм, везде был Лас-Вегас. Повсюду заключали пари, будь то карты, кости, нарды, даже шахматы. Кардано все игры делил на два типа: те, которые требовали применения некой стратегии или умения, и те, победа в которых зависела от чистой случайности. Возьмись Кардано за шахматы, он бы рисковал тем, что его мог обыграть какой-нибудь Бобби Фишер тех времен. Когда же он ставил на парочку кубиков, шансы его были такими же, как и у остальных. Но даже в этих играх Джероламо добился преимущества – он лучше других разобрался в вероятности выигрыша в разных ситуациях. И вот, вступая в мир, где заключают пари, Джероламо стал играть в игры, выигрыш в которых зависел от случая. Прошло немного времени, и он скопил на учебу 1 тыс. крон – в десять раз больше той стипендии, которую хотел для него отец. В 1520 г. Джероламо записался студентом в университет в Павии. И вскоре приступил к работе над теорией азартных игр.



Кардано жил в XVI в., и у него было преимущество – он понимал многое из того, что древние греки в силу своей древности не знали, как не знали римляне, и в чем индийцы делали лишь первые шаги, пользуясь арифметикой как эффективным инструментом. Именно последние развили позиционную систему счисления по целочисленному основанию 10, которая стала общепринятой около 700 г. н.э.<sup>[11]</sup> Они же совершили большой прорыв в арифметике дробей, что просто

неоценимо для анализа вероятностей, поскольку вероятность того, что событие произойдет, всегда меньше единицы. От индийцев эти знания переняли арабы, а уже от арабов они перешли к европейцам. Первые сокращения – *p* для «плюса» и *m* для «минуса» – начали использовать с XV в. Символы «+» и «-» ввели примерно в то же время германцы, но только для того, чтобы обозначать избыточность и недостаточность товаров. Так что легко представить, с какими трудностями пришлось столкнуться Кардано; к тому же и знак равенства еще не существовал, его изобрел в 1557 г. Роберт Рекорд из Оксфорда и Кембриджа. Роберт Рекорд, вдохновленный геометрией, заметил: ничто не выражает идею равенства так полно, как две параллельные прямые; таким образом, было решено использовать их в качестве обозначения равенства. А символ «х», то есть умножение, изобретение которого приписывают англиканскому священнику, появился только в XVII в.

В своем «Трактате об азартных играх» Кардано касается и карточных игр, и костей, и нарда, и даже игры в «бабки». Трактат, конечно, не совершенен. Он отражает характер самого Кардано, его безумные идеи, необузданный нрав, ту страсть, с которой он брался за каждое свое предприятие, а зачастую и перипетии его жизни в те непростые времена. В «Трактате» рассматриваются только процессы – подбрасывание кости или манипуляции с игральными картами, – в которых один исход так же вероятен, как и другой. И кое в чем Кардано заблуждается. Но все же «Трактат об азартных играх» – это поворотный момент, первый успех в исканиях человечества, пытающегося понять природу неопределенности. Метод, с помощью которого Кардано энергично взялся за решение вопросов вероятности, удивительно действенный и в то же время простой.

Не все главы «Трактата» Кардано посвящены техническим моментам. К примеру, глава 26 называется «В самом ли деле те, кто способен научить, так же хорошо играют сами?» (Кардано делает вывод: «Выходит, одно дело знать, и совсем другое – применить на практике».) Глава 29 называется «О характерах игроков». («Есть и такие, которые своим многословием затуманивают ум и себе, и другим».) Это уже больше похоже на «Дорогую Эбби»\*, нежели на «Спросите Мэрилин». Но есть и глава 14 «Об общих точках» (речь идет о вероятностях). И в ней Кардано выводит, по его словам, «общее правило» – наш закон пространства элементарных событий.

Термин «пространство элементарных событий» подразумевает идею о том, что все возможные исходы случайного процесса можно представить в виде точек в пространстве. В простых случаях это пространство включает в себе всего несколько точек, однако в сложных ситуациях может представлять собой их непрерывное множество, совсем как то пространство, в котором мы живем. Кардано, конечно же, не употреблял термина «пространство»: понятие о том, что набор чисел может формировать пространство, появилось лишь столетие спустя, у Декарта, который изобрел систему координат и унифицировал символику алгебры и геометрии.

На современном языке правило Кардано звучит следующим образом: «Предположим, случайный процесс имеет множество одинаково вероятных исходов: некоторые из них благоприятны (то есть ведут к выигрышу), некоторые неблагоприятны (то есть

---

\* «Дорогая Эбби» – название известной колонки советов, начатой в 1956 г. Полин Филлипс, писавшей под псевдонимом Абигайль ван Бюрен.



проигрышные). Вероятность благоприятного исхода равна доле благоприятных исходов. Множество всех возможных исходов образует пространство элементарных событий». Другими словами, брошенный кубик опускается на любую из шести своих сторон, и эти шесть исходов формируют пространство элементарных событий. Если вы ставите пари на, скажем, два из них, ваши шансы выиграть равны 2 из 6.

Скажем пару слов о предположении, будто все исходы в одинаковой степени вероятны. Очевидно, что это не всегда так. Пространство элементарных событий в плане веса Опры Уинфри в зрелом возрасте вмещает в себя (так уж сложилось исторически) от 66 до 107 кг, и с течением времени не все весовые промежутки оказались в одинаковой степени вероятными<sup>[12]</sup>. То осложнение, что разные возможности имеют разные вероятности, можно учесть, соотнеся соответствующие шансы с каждым возможным исходом, то есть произвести точный подсчет. Однако пока что рассмотрим примеры, в которых все исходы в одинаковой степени вероятны – именно их и анализировал в своей работе Кардано.

Эффективность правила Кардано неразрывно связана с некоторыми тонкостями. Одна из них заключается в значении термина «исходы». Уже в XVIII в. известный французский математик Жан Лерон Д'Аламбер, автор ряда работ в области теории вероятностей, допустил неверное употребление этого понятия, когда анализировал процесс подбрасывания двух монет<sup>[13]</sup>. Число орлов, которые выпадают при этом, может равняться 0, 1 или 2. Поскольку получается три исхода, Д'Аламбер решил, что шансы каждого равны 1 из 3. Однако он ошибся.

Одним из серьезнейших недостатков работы Кардано было то, что он не предпринял систематического

анализа разных способов, путем которых ряд исходов, таких как подбрасывание монет, могут произойти. Как мы увидим в следующей главе, этого анализа не сделал никто вплоть до следующего столетия. В то время как такие события, как подбрасывания двух монет, не отличаются сложностью и к ним вполне применимы методы Кардано. Ключевым моментом является понимание того, что возможные исходы подбрасывания монет – это данные, описывающие то, как монеты падают, а не общее количество орлов, вычисленное исходя из этих данных, как заключает Д'Аламбер. Другими словами, нам следует рассматривать не 0, 1 или 2 орла в качестве возможных исходов, а скорее последовательности: (орел, орел), (орел, решка), (решка, орел) и (решка, решка). Эти 4 возможных комбинации и составляют пространство элементарных событий.

Далее, если следовать трактату Кардано, следует рассортировать исходы, отметив число орлов, полученное в каждом исходе. Только 1 из 4 исходов – (орел, орел) – дает 2 орла. Таким образом, только исход (решка, решка) дает 0 орлов. Если нам нужен 1 орел, то 2 из всех исходов будут благоприятными: (орел, решка) и (решка, орел). Итак, метод Кардано доказывает ошибочность утверждений Д'Аламбера: шансы равны 25% для 0 или 2 орлов, но 50% для 1 орла. Поставь Кардано свои наличные на 1 орла как 2 к 1, он бы проиграл только в половине случаев, но утроил бы свою сумму в другой половине. Неплохая возможность для парня того времени, пытающегося наскрести на учебу, впрочем, как и в наше время, если бы только представилась такая возможность.

Подобная задача часто встречается в рамках курса по элементарной вероятности, и речь в ней о двух дочерях, причем задача похожа на ту, которую я уже упоминал в связи с колонкой «Спросите Мэрилин».

Предположим, будущая мать носит близнецов и хочет знать, какова вероятность того, что родятся две девочки, мальчик и девочка и так далее. В таком случае пространство элементарных событий состоит из всех возможных комбинаций полов детей согласно очередности их рождения: (девочка, девочка), (девочка, мальчик), (мальчик, девочка) и (мальчик, мальчик). Все то же самое, как и в случае с задачей о подбрасывании монет, только названия меняются: вместо орла у нас «девочка», вместо решки «мальчик». У математиков есть занятное название для ситуации, в которой одна задача является по сути замаскированной другой задачей – изоморфизм. Когда вы наталкиваетесь на случай изоморфизма, жить сразу становится проще. В данном случае подразумевается, что мы можем высчитать вероятность рождения двух девочек точно так же, как мы высчитали вероятность того, что обе монеты упадут орлами. Так что без всякого там предварительного анализа можно дать ответ: 25%. И уже потом ответить на тот вопрос, который был напечатан в колонке Мэрилин: вероятность того, что хотя бы один из младенцев окажется девочкой, равна вероятности того, что оба ребенка родятся девочками плюс к этому вероятности того, что лишь один ребенок окажется девочкой. То есть, 25% плюс 50%. Выходит 75%.

В задаче о двух дочерях обычно фигурирует еще один вопрос: какова вероятность того, что оба ребенка окажутся девочками, при условии, что про одного ребенка уже точно известно – это девочка? Кое-кто станет рассуждать таким образом: поскольку уже дано, что один ребенок – девочка, следует рассматривать лишь другого ребенка. Вероятность того, что этот другой ребенок окажется девочкой, равна 50%, так что вероятность появления на свет двух девочек равна 50%.

Что неверно. Почему? Хотя в формулировке задачи и сказано, что один ребенок – девочка, не уточняется, который из двоих, а это важно. Если вас такое утверждение сбивает с толку, ничего страшного – сейчас я продемонстрирую вам, как метод Кардано чудесным образом все проясняет.

Новая информация – о том, что один из младенцев – девочка, – означает, что мы исключаем из рассмотрения возможность того, что оба младенца – мальчики. Таким образом, применяя подход Кардано, мы исключаем возможный исход (мальчик, мальчик) из пространства элементарных событий. В нем остаются только 3 исхода: (девочка, мальчик), (мальчик, девочка) и (девочка, девочка). Из этих исходов исход (девочка, девочка) благоприятный, то есть оба младенца рождаются девочками, поэтому вероятность того, что оба ребенка родятся девочками, равна 1 из 3 или 33%. Теперь-то мы понимаем всю важность момента: в задаче не говорится, который из младенцев девочка. К примеру, если бы в задаче спрашивалось: какова вероятность того, что оба младенца родятся девочками, при условии, что первый ребенок – девочка, мы исключили бы из пространства элементарных событий и пару (мальчик, мальчик), и пару (мальчик, девочка), а вероятность равнялась бы 1 из 2, то есть 50%.

Надо отдать должное Мэрилин вос Савант – она не только предприняла попытку привить широкой общественности элементарные знания о теории вероятностей, но и продолжила публиковать подобные вопросы, несмотря на непростой опыт с задачей Монти Холла. Напоследок рассмотрим еще один вопрос из ее колонки, на этот раз датированный мартом 1996 г.:

«Мой отец услышал это по радио. В Университете Дьюка двое студентов в течение всего семестра

получали по химии высшие баллы. Но вечером перед выпускным тестом они были на вечеринке в другом штате, а вернулись только на следующий день, когда экзамен уже закончился. В качестве оправдания они рассказали профессору про лопнувшую шину и попросили разрешения все же написать тест. Профессор согласился, составил для них вопросы и рассадил обоих студентов по разным аудиториям. За правильный ответ на первый вопрос (на одной стороне листа) давалось 5 баллов. Студенты перевернули листы и обнаружили на оборотной стороне вопрос, за правильный ответ на который давалось 95 баллов. Вот он: «На котором из колес лопнула шина?» Какова вероятность того, что оба студента ответят одинаково? Мы с отцом решили, что 1 из 16. Верно<sup>[14]</sup>?»

Нет, не верно. Если студенты солгали, вероятность того, что они напишут один и тот же ответ, равна 1 из 4 (если вам непонятно, почему это так, загляните в примечания в конце книги<sup>[15]</sup>). А вот теперь, когда мы уже привыкли к тому, чтобы разбирать задачу, составляя список возможных исходов, можно воспользоваться законом пространства элементарных событий и решить задачу Монти Холла.



Как я уже говорил, чтобы решить задачу Монти Холла, не нужно обладать особыми познаниями в математике. Однако необходимо некоторое умение мыслить логически, так что если вы одним глазом читаете эти строки, а другим смотрите повтор «Симпсонов», вам наверняка придется сосредоточиться на чем-то одном. Не переживайте, много времени это не займет – всего несколько страниц.

В задаче Монти Холла фигурируют три двери: за одной нечто ценное, скажем, шикарная красная «мазерати», за двумя другими – нечто гораздо менее интересное, скажем, полное собрание сочинений Шекспира на сербском. Вы выбрали дверь 1. В таком случае пространство элементарных событий представлено следующими тремя возможными исходами:

- «Мазерати» за дверью 1.
- «Мазерати» за дверью 2.
- «Мазерати» за дверью 3.

Вероятность каждого исхода – 1 из 3. Поскольку предполагается, что большинство все-таки выберет «мазерати», первый исход будем считать выигрышным, а шансы угадать равны 1 из 3.

Далее по сценарию ведущий, заведомо знающий, что находится за каждой из дверей, открывает одну дверь из не выбранных вами, и оказывается, что за дверью собрание сочинений Шекспира. Поскольку, открывая эту дверь, ведущий использовал свое знание о предметах за дверями, чтобы не раскрыть местонахождение «мазерати», данный процесс нельзя назвать случайным в прямом смысле этого слова. Существуют два варианта, которые стоит обдумать.

Первый – вы изначально делаете правильный выбор. Назовем такой случай «счастливой догадкой». Ведущий наугад откроет либо дверь 2, либо дверь 3, и если вы предпочтете сменить свою дверь, вместо шикарной, с ветерком поездки станете владельцем «Троила и Кресиды» на чакавском диалекте\*. В случае «счастливой догадки» лучше, конечно, не соблаз-

---

\* Чакавский диалект распространен на островах и побережье Адриатического моря, большей части Истрии и часть северной Хорватии.

няться предложением сменить дверь, однако вероятность выпадения «счастливой догадки» равна всего лишь 1 из 3.

Второй – вы сразу же указываете не на ту дверь. Назовем такой случай «ошибочной догадкой». Шансы, что вы не угадаете, равны 2 из 3, так что «ошибочная догадка» в два раза вероятнее, чем «счастливая догадка». Как «ошибочная догадка» отличается от «счастливой догадки»? При «ошибочной догадке» «мазерати» находится за одной из тех дверей, которые вы обошли своим вниманием, а за другой такой – томики Шекспира на сербском. В противоположность «счастливой догадке» в этом варианте ведущий открывает невыбранную дверь не наугад. Поскольку он не собирается открывать дверь с «мазерати», он именно что выбирает ту самую дверь, за которой машины нет. Другими словами, в «ошибочной догадке» ведущий вмешивается в то, что до той поры называлось случайным процессом. Таким образом, процесс уже не может считаться случайным: ведущий пользуется своими знаниями, чтобы повлиять на результат, и тем самым отрицает само понятие случайности, гарантируя, что при смене двери участник получит это шикарное авто. Из-за подобного вмешательства происходит следующее: вы оказываетесь в ситуации «ошибочной догадки», и, следовательно, выигрываете при смене двери и проигрываете, если отказываетесь сменить ее.

В итоге получается: если вы оказываетесь в ситуации «счастливой догадки» (вероятность которой 1 из 3), вы выигрываете при условии, если остаетесь при своем выборе. Если вы оказываетесь в ситуации «ошибочной догадки» (вероятность которой 2 из 3), то под влиянием действий ведущего вы выигрываете при условии, если меняете первоначальный выбор. Итак, ваше решение сводится к догадке: в какой ситуации вы окажетесь? Если вы чувствуете, что вашим изначальным

выбором руководит шестое чувство, что вас направляет сама судьба, может, и не стоит менять свое решение. Но если вам не дано завязывать ложки узлами с помощью одной только силы мысли, то наверняка шансы того, что вы попали в ситуацию «ошибочной догадки», равны 2 к 1, так что лучше сменить дверь. Вот и статистика телепередачи подтверждает: те, кто оказывался в подобной ситуации и изменял свое первоначальное решение, выигрывали примерно в два раза чаще, чем те, кто стоял на своем.

Задача Монти Холла трудна для восприятия, потому что тут нужно хорошенько подумать, иначе роль ведущего (прямо скажем, как роль мамы в нашей жизни) останется недооцененной. В то время как ведущий направляет игру в определенное русло. Роль ведущего станет очевидной, если мы предположим, что вместо 3 дверей у нас их 100. Вы, как и прежде, выбираете дверь 1, однако теперь ваша вероятность угадать равна 1 из 100. А шансы того, что «мазерати» спрятана за одной из оставшихся дверей, равны 99 из 100. Как и прежде, ведущий открывает все двери, кроме той, которую вы не выбрали, при этом не открывая ту самую дверь, за которой находится «мазерати» (если, конечно, такая дверь остается). После этого шансы того, что «мазерати» скрывается за дверью, которую выбрали вы, равны по-прежнему 1 из 100, а шансы того, что «мазерати» находится за другой дверью, все так же равны 99 из 100. Но теперь благодаря вмешательству ведущего остается только одна дверь, представляющая все 99 тех, других дверей, и таким образом вероятность нахождения «мазерати» за этой оставшейся дверью равняется 99 из 100!

Возникни задача Монти Холла во времена Кардано, интересно, чью бы позицию тот занял: Мэрилин вос Савант или Поля Эрдеша? Задача легко решается



с помощью закона пространства элементарных событий, однако сказать наверняка мы все равно не можем, поскольку самое раннее упоминание о подобной задаче (под другим названием) возникает в 1959 г., в статье Мартина Гарднера в «Сайентифик Америкэн»<sup>[16]</sup>. Гарднер назвал задачу «поразительной, сбивающей с толку задачей» и заметил, что «ни в одной другой области математики не совершают досадных промахов с такой легкостью, как в области теории вероятностей». Конечно, для математика досадный промах череват разве что конфузом, а вот для игрока это вопрос, скажем прямо, жизненно важный. Поэтому нет ничего удивительного в том, что когда дело дошло до первой систематически изложенной теории вероятностей, именно Кардано как заядлый игрок и решил разобраться в ней.



Однажды, когда Кардано был еще подростком, у него внезапно умер друг. Прошло всего несколько месяцев, и Кардано заметил, что никто о друге больше и не вспоминает. Что его порядком опечалило, оставив отпечаток в душе. Как можно справиться с тем, что жизнь преходяща? И Кардано решил, что единственный способ – оставить после себя что-то: наследников, труды на века, а может, и то, и другое. В своей автобиографии Кардано пишет о том, что развивает в себе «непоколебимое стремление» оставить след на земле<sup>[17]</sup>.

Выучившись на врача, Кардано вернулся в Милан и стал подыскивать работу. Еще во время учебы он написал труд «О разных взглядах на врачей», в котором по сути дела обозвал всех представителей медицины кучкой шарлатанов. И Миланский университет отплатил Кардано той же монетой, не дав ему места. Это

значило, что он не мог заниматься врачебной практикой в Милане. На деньги, заработанные частными уроками и азартными играми, Кардано купил домишко на востоке страны, в Пиове-ди-Сакко. Он надеялся, что в этом городке дела у него пойдут хорошо, потому что там часто случались эпидемии, а врача не было. Однако, проводя свое маркетинговое исследование, Кардано совершил роковую ошибку: врача в городишке не было потому, что население предпочитало обращаться к знахарям и священникам. В результате по прошествии нескольких лет напряженной работы и учебы Кардано оказался с мизерным доходом и уймой свободного времени. Такая передышка в жизни выпала как нельзя кстати – Кардано воспользовался возможностью и взялся за перо. Одной из его работ и оказался «Трактат об азартных играх».

В 1532 г., проведя пять лет в Пиове-ди-Сакко, Кардано вернулся в Милан: он надеялся опубликовать свою работу и, кроме того, снова подал прошение о членстве в гильдии врачей. И в одном, и в другом он потерпел сокрушительное поражение. «В те дни, – писал Кардано, – я до того пал духом, что ходил к гадалкам и магам в надежде выпутаться из моих многочисленных затруднений»<sup>[18]</sup>. Один маг обнаружил в его жизни пагубное влияние Луны. Другой дал рекомендацию трижды чихнуть сразу после пробуждения утром и постучать по дереву. Кардано выполнял все предписания, но ему по-прежнему не везло. И вот под покровом ночи, накинув капюшон, он проникал в дома тех больных, которые не могли заплатить установленную гильдией врачей плату или же никак не поправлялись. В автобиографии Кардано писал, что в дополнение к деньгам от подпольной врачебной практики «вынужден был снова вернуться к азартным играм, чтобы содержать жену, и здесь-то мои знания одолели

судьбу – у нас появились деньги на еду и жилье, хотя последнее и оставляло желать много лучшего»<sup>[19]</sup>. Что до «Трактата об азартных играх», то хотя в последующие годы Кардано неоднократно пересматривал его и исправлял, он уже не пытался напечатать работу. Возможно, понимал: глупо учить других играть так же хорошо, как он сам.

В конце концов Кардано добился своей цели – обрел и наследников, и славу – да вдобавок ко всему и неплохие деньги. У него завелись средства, когда он опубликовал книгу на основе своей еще студенческой работы, изменив при этом наукообразное название «О разных взглядах на врачей» на более живое: «О повсеместно укоренившейся недобросовестной медицинской практике». Книга вмиг разошлась. Затем один из его тайных пациентов, настоятель известного августинского монашеского ордена, внезапно (и скорее всего по чистой случайности) пошел на поправку, что было приписано умелому лечению Кардано. Итак, слава Кардано как искусного врача взлетела до таких высот, что его не только приняли в гильдию врачей, но и предложили должность ректора в колледже. Кардано тем временем опубликовал еще несколько трудов, и они пользовались успехом, особенно тот, который из соображений сделать более понятным для широкой общественности назвали «Практическая арифметика». Еще через несколько лет Кардано издал уже научный труд «*Arts magna*», или «Великое искусство», – трактат по алгебре. В трактате Кардано впервые дал четкое представление об отрицательных числах и произвел анализ некоторых алгебраических уравнений, завоевав тем самым еще большую известность. В середине 1550-х гг., когда Кардано было за пятьдесят, он уже всего добился: и кафедры медицины в Университете Павии, и богатства.

Но вскоре удача от него отвернулась. Если говорить в общем, то Кардано пострадал от своего же наследия – от детей. Дочь Кьяра (названная так в честь матери) в шестнадцать лет соблазнила старшего брата, Джованни, и забеременела от него. Аборт был сделан удачно, однако в будущем Кьяра не могла иметь детей. Что, впрочем, устраивало ее как нельзя лучше, потому как она отличалась крайней распущенностью, причем даже после замужества, и в конце концов заразилась сифилисом. Джованни пошел по стопам отца, поступив учиться на врача, однако вскоре приобрел большую известность как мелкий мошенник, причем настолько большую, что некая семейка проходимцев шантажом заставила его жениться на своей дочери – якобы имелись доказательства того, что Джованни отравил некоего чиновника. Тем временем Альдо, младший сын Кардано, в детстве истязавший животных, превратил свое любимое занятие в профессию – поступил на службу к Инквизиции пытать еретиков. Как и старший брат, он подрабатывал мошенничеством.

Через несколько лет после женитьбы старший сын Кардано дал одному из слуг некую микстуру – чтобы тот добавил ее в пирог для жены. Жена после съеденного десерта упала замертво. Власти догадались, что к чему. Джероламо потратил уйму денег на адвокатов, пытался задействовать свои связи, свидетельствовал в пользу сына, но ничего не помогло – молодого Джованни казнили в тюрьме. Пробоина в финансах Кардано, а также его подмоченная репутация сделали его уязвимым для старых врагов. Власти Милана вычеркнули имя Кардано из списка тех, кому разрешалось читать лекции, обвинили его в содомии и инцесте, изгнали из города. Когда в конце 1563 г. Кардано уезжал из Милана, он написал в автобиографии, что «снова оказался в нищете, без средств, без источника существования, без права

снимать дом и продавать свои книги»<sup>[20]</sup>. К тому времени у него стало плохо с головой – временами он начал бессвязно бормотать. Последний удар ему нанес математик-самоучка Никколо Тарталья, недовольный тем, что в «Высоком искусстве» Кардано раскрыл его метод решения некоторых уравнений без его на то ведома. Тарталья подговорил Альдо дать свидетельские показания против своего отца, обещая за то место в Инквизиции – пытать и казнить еретиков в Болонье. Кардано недолго просидел в тюрьме – последние свои годы он тихо доживал в Риме. «Трактат об азартных играх» был все же напечатан, но уже в 1663 г., спустя сто лет после того, как юный Кардано изложил свое исследование на бумаге. К тому времени его аналитические методы были изобретены заново и усовершенствованы.

## ПРОКЛАДЫВАЯ ПУТЬ К УСПЕХУ

Если бы средневековый игрок в азартные игры понял математические выкладки Кардано в области теории вероятностей, он заработал бы неплохие деньги, играя с менее искушенными напарниками. В наши дни Кардано прославился бы и разбогател на книжках вроде «Игры в кости с новичками: пособие для „чайников”». Но в XVI в. работа Кардано осталась незамеченной, а его «Трактат об азартных играх» вышел в свет через много лет после смерти самого автора. Почему же «Трактат» остался практически без внимания? Мы уже говорили о том, что одним из затруднений было отсутствие разработанной системы алгебраических записей. Во времена Кардано она начала развиваться, но все еще находилась в зачатке. Однако оставался еще один барьер, который только предстояло преодолеть: Кардано жил во времена, когда магическим заклинаниям доверяли больше, нежели математическим формулам. Люди той эпохи не стремились упорядочить природу, описать ее феномены в числах, поэтому теория влияния случайности на эти самые феномены была обречена на непонимание. Как потом оказалось, проживи Кардано еще лет двадцать-тридцать, он бы и труды свои написал иначе, да и приняли бы их совсем по-другому, поскольку через несколько десятилетий после его смерти в мышлении и верованиях

европейцев произошли перемены исторического масштаба. Они получили название научной революции.

Революция была своего рода бунтом против того образа мысли, который господствовал в Европе, расставшейся со Средними веками: в те времена представления о мире не подвергались глубокому исследованию и систематизации. В одном городе торговцы украли одежду у повешенного – они верили, что это повысит их продажи пива. Прихожане другого города верили, что можно излечиться от заболевания, если нагишом обойти вокруг церковного алтаря, распевая всякие богохульства<sup>[1]</sup>. Один коммерсант старался не справлять нужду в «не том» туалете, считая, что туалет этот приносит неудачу. Вообще-то, коммерсант был биржевым трейдером, он поделился своей тайной с журналистом из Си-эн-эн в 2003 г.<sup>[2]</sup> Да, некоторые до сих пор верят в приметы, однако на сегодняшний день для любознательных существуют хотя бы научные объяснения, доказывающие или отрицающие эффективность соблюдения этих примет. Если современник Кардано выигрывал в кости, причем без применения математического анализа, он произносил благодарственную молитву, ну или считал, что ему помогли «счастливые» носки, и впредь не стирал их. Сам Кардано считал, что полосы неудачи случаются по причине «потери благосклонности судьбы» и что один из способов вернуть удачу – удачно сыграть в кости. Если в руке зажата счастливая «семерка», к чему вся эта возня с математикой?

Большинство считает, что началась научная революция в 1583 г, всего через семь лет после смерти Кардано. Легенда гласит, что именно в этом году в Пизанском университете на лекции сидел один студент, который вместо того, чтобы внимать словам службы, смотрел на нечто гораздо более интересное: на

подвесную вращающуюся лампу. Используя свой пульс в качестве таймера, студент, Галилео Галилей, заметил: время, за которое лампа проходит большую дугу, равно времени, за которое она проходит малую дугу. Из этого наблюдения родился закон: период колебаний маятника не зависит от его амплитуды. Наблюдения Галилео отличались точностью и практичностью, они были простыми, но знаменовали собой новый подход к описанию физических явлений: наука, исследуя законы природы, стала основываться на опыте и эксперименте, а не на интуитивных догадках и отдельных умозаключениях. Однако самое главное в том, что эти опыты и эксперименты стали проводиться с помощью математических вычислений.

Исходя из своих научных знаний, Галилео написал небольшую работу об азартных играх: «Размышления на тему игры в кости». Работа была напечатана по заказу покровителя Галилео, герцога Тосканского. Герцога интересовал вопрос: почему при броске трех костей чаще выпадает 10, чем 9? Вероятность такой ситуации равна всего лишь примерно 8%, ни 10, ни 9 не выпадает слишком часто. Видимо, герцог много играл, раз подметил такую небольшую разницу, и вполне возможно, что на самом деле он нуждался не в уме Галилео, а в пошаговой программе избавления от зависимости. Неизвестно, почему, но Галилео тема не вдохновила. Однако как любой советник, который хочет сохранить за собой место, он оставил свое недовольство при себе и выполнил заказ.

Если бросить один кубик, шансы того, что выпадет любая конкретная цифра, равны 1 из 6. Однако если бросить два кубика, шансы в сумме уже не равны. Например, для суммы кубиков, равной 2, существует 1 шанс из 36, однако шанс увеличивается в два раза, если сумма равна 3. Причина в том, что сумму 2 можно получить только



одним способом: подбросив два кубика, которые выпадут единицами, но сумму 3 можно получить уже двумя способами: подбросив два кубика, которые выпадут единицами; подбросив кубики так, чтобы выпали 1 и 2 (или 2 и 1). Таким образом, мы продвигаемся еще дальше в понимании случайных процессов, которые и составляют тему данной главы: развитие систематических методов анализа числа способов тех или иных исходов.



Ошибку герцога можно обнаружить, если подойти к проблеме с позиций талмудиста: чем пытаться объяснить, почему 10 выпадает чаще, чем 9, лучше задаться вопросом: а почему 10 должна выпадать чаще, чем 9? Появляется соблазн – поверить, что два кубика должны выпадать в сумме 10 и 9 с одинаковой частотой: и 10, и 9 можно представить 6 способами, в зависимости от того, как упадут три кубика. Для 9 можно записать такие способы следующим образом: (621), (531), (522), (441), (432) и (333). Для 10 это (631), (622), (541), (532), (442) и (433). Применяя закон Кардано о пространстве элементарных событий, получаем: вероятность благоприятного исхода равна соотношению исходов, которые благоприятны. Сумма 9 и 10 может быть составлена теми же 6 способами. Тогда почему одно вероятнее другого?

А потому, что, как я уже говорил, закон пространства элементарных событий в его первоначальной форме применим только к тем исходам, которые обладают равной вероятностью. Вышеприведенные же комбинации таковыми не являются. К примеру, исход (631), то есть бросок, в результате которого выпадают 6, 3 и 1, обладает шестикратной вероятностью по сравнению с исходом (333), поскольку хотя и существует

один способ, в результате которого выпадают три 3, способов, в результате которых получаются 6, 3 и 1, целых шесть: можно получить 6, затем 3 и 1, или же сначала 1, затем 3, а потом уже 6, ну и так далее. Представим запись исхода, где порядок бросков записывается трехзначными, разделенными запятой комбинациями. Тогда все то, что мы только что сказали, можно выразить короче: исход (631) состоит из возможностей (1,3,6), (1,6,3), (3,1,6), (3,6,1), (6,1,3) и (6,3,1), а исход (333) состоит только лишь из (3,3,3). Как только мы упростили запись таким вот образом, стало понятно: исходы одинаково вероятны, и можно применить закон. Поскольку существует 27 способов получить общую сумму в 10, бросая три кости, но лишь 25 способов получить сумму в 9, Галилей заключил: при броске трех костей вероятность выпадения 10 равна  $27/25$ , то есть около 1,08 раза больше.

Решая поставленный перед ним вопрос, Галилей косвенным образом применил следующий важный принцип: «Вероятность события зависит от числа его исходов». Ничего удивительного в самом утверждении нет. Удивительно том, насколько обширен эффект, и насколько трудно его подсчитать. Предположим, вы даете 25 шестиклассникам список из 10 вопросов, на которые надо ответить быстро, не задумываясь. Подсчитаем возможные результаты одного конкретного ученика: он отвечает на все вопросы правильно; отвечает на 1 вопрос неправильно – тут возможны 10 вариантов, потому как вопросов 10; отвечает на 2 вопроса неправильно – возможны 45 вариантов, потому как вопросы группируются в 45 пар, и так далее. В результате в среднем в группе студентов, пытающихся угадать правильные варианты ответов, на каждого студента, который угадает 100% правильных ответов, приходится около 10 студентов, которые дадут

90% правильных ответов, и 45 студентов, которые дадут 80% правильных ответов. Шансы получить около 50 баллов, конечно, все же выше, но в классе из 25 учеников вероятность того, что хотя бы один ученик получит 80 баллов или выше, если все ученики отвечают наугад, равна 75%. Так что если вы преподаватель со стажем, то наверняка в вашей многолетней практике среди всех учеников, которые являлись на урок неподготовленными и более-менее угадывали ответы на контрольной работе, были и такие, которые умудрялись в итоге получить четверки или даже пятерки.

Несколько лет назад в Канаде проводилась государственная лотерея, и когда организаторы решили вернуть накопившиеся призовые деньги, за которыми никто так и не пришел, они на собственном горьком опыте убедились в том, как важен тщательный подсчет<sup>[3]</sup>. Они приобрели 500 машин в качестве бонусов и запрограммировали компьютер таким образом, чтобы из 2,4 млн подписчиков на лотерейные билеты машина произвольно выбрала 500 счастливыхчиков. Затем список был опубликован. К смущению организаторов лотереи, один господин заявил (надо заметить, справедливо), что выиграл две машины. Организаторам было чему изумиться: из 2,4 млн номеров компьютер случайно выбрал один и тот же номер дважды. Как могло такое случиться? Может, ошибка в программе?

Задача с подсчетом номеров билетов, с которой столкнулись организаторы лотереи, ничем не отличается от задачи с днями рождения: сколько в группе должно быть людей, чтобы встретились два человека с одинаковым днем рождения (при этом предполагается, что одинаково возможны любые дни)? Большинство скажут, что ответ – количество дней в году, поделенное пополам, то есть что-то около 183. Но ответ этот можно считать правильным для совсем другого вопроса:

сколько людей с разными днями рождения должны присутствовать в группе, чтобы день рождения одного из них совпал с вашим? Если не заложено никаких ограничений относительно того, у каких именно двух человек дни рождения должны совпасть, то факт того, что существует множество возможных пар людей, дни рождения которых могли бы совпасть, коренным образом меняет дело. И число таких людей на удивление мало: всего 23. Если вернуться к канадской лотерее, где выборка производилась из 2,4 млн билетов, окажется, что необходимо гораздо больше, чем 500 номеров, чтобы номер повторился. И тем не менее исключать такую возможность не стоит. Шансы совпадения фактически равны примерно 5%. Цифра небольшая, однако стоило ее принять во внимание и запрограммировать компьютер таким образом, чтобы он тут же вычеркивал из списка каждый выбранный номер. Да, а того счастливчика, который оказался обладателем двух машин, от одной попросили отказаться. Только он не согласился.

А вот еще один загадочный случай, связанный с лотереей и многих удививший; произошел он в Германии 21 июня 1995 г.<sup>[4]</sup> Проводилась лотерея под названием «Лото 6/49», означавшая, что шесть выигрышных чисел нужно выбрать из чисел от 1 до 49. В день объявления результатов были названы выигрышные числа: 15-25-27-30-42-48. Точно такая же последовательность уже выпадала ранее, 20 декабря 1986 г. Впервые за 3,016 выборок выигрышная последовательность повторилась. Каковы шансы такого повтора? Во все не такие уж и плохие, как вам может показаться. Если использовать математический подход, окажется, что шанс повтора равен примерно 28%.

Поскольку в случайном процессе число исходов события и определяет его вероятность, главный

вопрос в следующем: как подсчитать число исходов того или иного события? Похоже, Галилей не проникся всей значимостью подобного вопроса. В своем исследовании случайностей дальше задачи о костях он не пошел, а в начале работы упомянул, что пишет об игральных костях только «по обязанности<sup>[5]</sup>». В 1633 г. в «благодарность» за пропаганду нового научного подхода Галилей был осужден Инквизицией. Однако наука и теология давно уже разошлись, и теперь ученые анализируют вопрос «как?», а богословы, облегчая жизнь ученым, размышляют над вопросом «почему?». Пройдет совсем немного времени, и ученый нового поколения, с юности воспринявший новую научную философию Галилея, проведет анализ вероятности и достигнет новых высот, поднявшись на такой уровень, без которого большая часть современной науки была бы попросту невозможна.



Научная революция разворачивалась, и границы теории случайности ширились от Италии к Франции, где ученые нового типа, подвергавшие сомнению Аристотеля и следовавшие Галилею, совершали еще более глубокие открытия, нежели Кардано или сам Галилей. На этот раз важность нового труда будет признана, он всколыхнет всю Европу. И хотя новые идеи будут проиллюстрированы все теми же азартными играми, первый ученый нового типа окажется математиком, впоследствии ставшим игроком, в противоположность Кардано, игроку, впоследствии ставшему математиком. Звали этого ученого Блез Паскаль.

Паскаль родился в июне 1623 г. в Клермон-Ферране, находившемся в 400 км от Парижа. Отец Блеза разглядел одаренность сына, семья переехала в Париж,

и в возрасте тринадцати лет Блез был представлен недавно созданному кружку, который сами его члены называли Академией Мерсенна – по имени францисканского монаха-основателя. В кружок Мерсенна входили прославленный философ-математик Рене Декарт и гениальный математик-любитель Пьер де Ферма. Все они, представлявшие собой диковинную смесь блистательных умов и крайне высокого самомнения, вместе с Мерсенном, помешивавшим это «варево», оказали на юного Блеза большое влияние. Блез подружился с Ферма и Декартом, воспринял новый научный метод. «Пусть все ученики Аристотеля... – писал он, – признают: истинный учитель есть эксперимент, ему надлежит внимать при изучении Физики»<sup>[6]</sup>.

Но каким образом оторванный от жизни, скучный и набожный субъект стал завсегдатаем сборищ городских игроков? Время от времени Паскаль страдал болями в желудке, у него были трудности с глотанием и прохождением пищи по пищеводу, он испытывал изнуряющую слабость и сильную головную боль, внезапно потел, иногда у него даже отнимались ноги. Паскаль стоически следовал предписаниям врачей, назначавших кровопускание, слабительные, питье молока ослицы и другие «отвратительные» микстуры, от которых его едва не выворачивало – «истинные пытки», по словам сестры Жильберты<sup>[7]</sup>. К тому времени Паскаль уехал из Парижа, однако летом 1647 г. в возрасте двадцати четырех лет он вернулся вместе с сестрой Жаклин и, совсем отчаявшись, пустился на поиски средства, которое все же излечило бы его. Новые врачи дали наисовременнейший совет: «отказаться от напряженного умственного труда и как можно полнее отдаться развлечениям»<sup>[8]</sup>. И вот Паскаль стал учиться отдыхать и расслабляться, начал проводить время в компании других молодых людей, ведущих

праздный образ жизни. В 1651 г. умирает отец Блеза, и Паскаль неожиданно становится молодым человеком с наследством. Он нашел деньгам хорошее применение, по крайней мере, если исходить из рекомендаций врачей. Биографы Паскаля называют период с 1651 по 1654 гг. периодом «мирской суеты». Сестра Жильберта писала про «годы, которым он нашел наилучшее применение»<sup>[9]</sup>. Хотя Блез приложил некоторые усилия, чтобы сделать себе рекламу, его научные изыскания ни к чему не привели, зато он мог похвастать отменным здоровьем.

Зачастую в истории исследования случайности подтолкнувшее эти исследования событие само оказывалось случайным. Так вышло и с работой Паскаля: бросив исследования, он занялся изучением шанса. Началось все с того, что один из приятелей Блеза по развлечениям представил его одному снобу сорока пяти лет по имени Антуан Гомбо. Гомбо, этот аристократ с титулом шевалье де Мере, считал себя знатоком по части флирта и, судя по списку своих любовных походов, таковым и был. Однако де Мере также имел репутацию опытного игрока, предпочитал высокие ставки и так часто выигрывал, что его даже подозревали в мошенничестве. И вот когда этот де Мере столкнулся с неким затруднением, он обратился за помощью к Паскалю. С этого началось исследование, которое положило конец «заклятию» Паскаля, отвратившему его от занятий наукой, обеспечило де Мере место в истории идей и разрешило проблему, которая так и оставалась нерешенной в работе Галилея, заказанной герцогом.

Шел 1654 год. Затруднение, с которым де Мере обратился к Паскалю, заключалось в очках. Предположим, вы с партнером играете, у вас равные шансы, и тот, кто первым наберет определенное количество

очков, выигрывает. Игра прерывается; в это самое время один из игроков лидирует. Как справедливее всего разделить сумму? При разрешении этой проблемы, заметил де Мере, нужно учесть шансы каждого игрока на выигрыш исходя из того, у кого их, этих шансов, на момент прерывания игры больше. Но как произвести подсчет?

Паскаль сознавал, что, каким бы ни был ответ, методы для подсчета еще не изобрели, и эти методы, какими бы они ни были, могут иметь серьезные последствия в соревновательной ситуации любого рода. Как это часто случается в теоретических изысканиях, Паскаль испытывал неуверенность, даже замешательство по поводу своего плана действий. Он решил, что нужен посредник, то есть еще один математик, с которым можно было бы обсудить свои догадки. Марен Мерсенн, великий переговорщик, уже несколько лет как умер, однако Паскаль не порвал связей с членами Академии. И в 1654 г. завязалась одна из величайших переписок в истории математики: между Паскалем и Пьером де Ферма.

В 1654 г. Ферма занимал высокий пост – королевский советник парламента – в Тулузе. На заседаниях суда изысканно одетый Ферма занимался тем, что приговаривал согрешивших должностных лиц к сожжению. В свободное же от заседаний время Ферма прилагал свои аналитические способности к более изящным занятиям – занятиям математикой. Возможно, Пьер де Ферма и не был профессионалом, но за ним закрепилась слава величайшего математика.

Ферма получил видную должность отнюдь не благодаря своим честолюбивым устремлениям или неким заслугам. Она досталась ему старым, добрым способом – он постепенно поднимался по служебной лестнице, занимая кресла своих начальников, умиравших



от чумы. Когда ему пришло письмо от Паскаля, Ферма и сам только-только начинал оправляться от этой болезни. Болезнь протекала настолько тяжело, что друг Ферма, Бернар Медон, успел объявить Ферма умершим. Когда же Ферма не умер, смущенный, но явно обрадованный Медон отозвал свое объявление, однако нет никаких сомнений в том, что Ферма одной ногой был уже в могиле. В конечном счете Ферма, который был старше Паскаля на двадцать два года, пережил своего новообетенного друга по переписке на несколько лет.

Как мы увидим, задача, связанная с очками, возникает в такой области, в которой оба, и Паскаль, и Ферма, соперничают. В ходе переписки Паскаль и Ферма разрабатывают свои подходы и предлагают несколько вариантов решения. Однако метод Паскаля оказался проще, да и изящнее, к тому же он мог быть применен к большому кругу задач, с которыми приходится сталкиваться в повседневной жизни. Поскольку задача впервые возникла в связи с заключением пари, возьмем пример на тему спорта. В 1996 г. команда «Смельчаки Атланты» победила «Нью-Йоркских Янки» в первых 2 играх бейсбольной Мировой серии (по условиям первая команда, победившая в 4 играх, становится чемпионом). Факт победы «Смельчаков» в первых 2 играх совсем не обязательно означал, что ее игроки сильнее других. И все же он служил знаком того, что они явно лучше. Для выполнения нашей текущей задачи предположим, что и та, и другая команды обладали равными шансами на победу в каждой игре, и что в первых 2 играх лишь по случайности выиграла команда «Смельчаки Атланты».

Основываясь на предположении, зададимся вопросом: в каком случае можно было бы поставить на «Янки», то есть, каковы были шансы «Янки» на

лидирующее положение? Чтобы вычислить это, мы подсчитываем все возможности для «Янки» выиграть и сравниваем их с количеством возможностей проиграть. 2 игры из серии уже были сыграны, оставалось сыграть еще 5 игр. Каждая игра содержала в себе 2 возможных исхода: «Янки» выигрывают (Y) или «Смелъчаки» выигрывают (B). Получается 2 в 5-й степени, то есть 32 возможных исхода. К примеру, «Янки» могли бы выиграть 3 игры, а следующие 2 проиграть: YYYBB; либо они могли выигрывать и проигрывать через раз: YBYBY. (В последнем случае, поскольку «Смелъчаки» выиграли бы 4 игры с 6 игрой, последняя игра вообще не состоялась бы, однако к этому моменту мы еще вернемся). Вероятность того, что «Янки» еще смогут выиграть в Мировой серии, была равна числу исходов с хотя бы 4 выигранными играми, разделенному на общее число исходов – 32; вероятность того, что «Смелъчаки» выиграли бы, была равна числу исходов с хотя бы еще 2 выигранными играми, также разделенному на 32.

Такой подсчет выглядит странным, поскольку, как я уже заметил, включает варианты (как, например, YBYBY), при которых команды продолжают играть даже после того, как «Смелъчаки» выигрывают необходимые им для победы 4 игры. Раз «Смелъчаки» выигрывают 4 игры, 7-ю игру команды, конечно же не играют. Однако математика не зависит от человеческих причуд, и неважно, играют команды или не играют, это никак не отражается на факте существования таких исходов. К примеру, предположим, вы играете в игру и подбрасываете монету; по условиям игры вы побеждаете, как только монета падает орлом вверх. Существует 2 во 2-й степени, то есть 4 возможных варианта исходов с двумя бросками: орел-решка, орел-орел, решка-орел и решка-решка. При первом результате вам даже не придется

бросать монету во второй раз, потому как вы уже выиграли. И тем не менее ваши шансы на выигрыш равны 3 из 4, потому что в 3 из 4 вариантов содержится исход «орел».

Таким образом, чтобы подсчитать шансы «Янки» и «Смельчаков» на победу, мы просто-напросто учитываем возможную последовательность из 5 игр, которые еще предстоит сыграть. Во-первых, «Янки» стали бы победителями в том случае, если бы выиграли 4 из 5 возможных оставшихся игр. Это могло произойти в 1 из 5 случаев: YYYUY, YUYUY, YUYUY, YUYUY или YUYUY. И наоборот, «Янки» победили бы, если бы выиграли все 5 оставшихся игр, что могло произойти только в следующем случае: YYYYY. Теперь «Смельчаки»: они стали бы чемпионами, если бы «Янки» выиграли только 3 игры, что могло произойти в 10 случаях (VYUYU, YUYUY и так далее), либо при условии, что «Янки» выиграли бы только 2 игры (что опять же могло произойти в 10 случаях), либо при условии, что «Янки» выиграли бы только 1 игру (что могло произойти в 5 случаях), либо если они не выиграли бы ни одной игры (такое могло произойти только в 1 случае). Суммируя эти возможные исходы, получаем следующее: шансы «Янки» на победу были равны 6 из 32, или около 19%, а «Смельчаков» – 26 из 32, или около 81%. Если состязание в рамках Мировой серии вдруг остановили бы, то, согласно Паскалю и Ферма, именно таким образом следовало бы распределить призовое вознаграждение, и именно такими были бы шансы на победу при условии заключения пари после первых 2 игр. Кстати, «Янки» все же вернули себе преимущество – выиграли следующие 4 игры, – и стали чемпионами.

Точно такой же ход рассуждений вполне применим и в момент начала игр Мировой серии, то есть еще до того, как первая игра сыграна. Если две команды

обладают равными шансами на победу в каждой из игр, они обладают равными шансами и на победу в Мировой серии. Однако такой же ход рассуждений верен и в том случае, если их шансы на победу не равны, за исключением того, что приведенные мной несложные расчеты несколько меняются: каждый исход должен быть подкреплён фактором, описывающим его относительную вероятность. Если вы произведёте эти расчеты и проанализируете ситуацию в самом начале игр Мировой серии, увидите: при серии в 7 игр велик шанс того, что менее сильная команда в итоге оказывается чемпионом. К примеру, если команда достаточно сильна, чтобы гарантированно обыграть другую в 55% игр, более слабая команда тем не менее выиграет серию из 7 игр с вероятностью, равной примерно 4 из 10. Если же от более сильной команды ожидают победы над соперниками с вероятностью в 2 случаях из 3, соперники все же победят в серии из 7 игр с вероятностью около одного на каждые 5 игр. И спортивным лигам этого никак не изменить. К примеру, в случае вероятности  $2/3$  придется сыграть как минимум 23 игры, чтобы определить победителя со статистически значимой долей уверенности, то есть команда послабее оказалась бы победителем в 5% или менее случаев (см. главу 5). В случае же соотношения 55 к 45 статистически значимой окажется серия из 269 игр. Вот уж точно утомительное занятие! Так что соревнования в спорте могут быть азартными и зрелищными, однако титул «всемирного чемпиона» не очень-то надежный показатель истинного положения дел.

Как я уже говорил, такой ход рассуждений применим не только к играм, будь они спортивными или азартными. К примеру, соперничают две компании или же два сотрудника одной компании, причем соперничество проходит почти на равных. Одержавший верх

и потерпевший поражение могут выявляться раз в квартал или раз в год, однако чтобы получить точный ответ на вопрос, какая компания или какой сотрудник сильнее, путем простого сравнения – кто кого – нужно сравнивать десятилетиями, а то и столетиями. Например, если сотрудник А действительно сильнее и в скором времени продемонстрирует лучшие производственные показатели по сравнению с сотрудником В в 60 случаях из 100, в простых сравнениях из 5 исходов сотрудник послабее тем не менее одержит верх почти в одной трети случаев. Так что крайне ненадежно оценивать способности по краткосрочным результатам.

Во всех этих задачах подсчет достаточно прост и особых усилий не требует. Однако когда речь заходит о действительно больших числах, произвести подсчеты сложнее. К примеру, рассмотрим такую задачу. Вы занимаетесь приготовлениями к свадебному банкету на 100 человек, каждый из столиков рассчитан на 10 гостей. Вы не можете посадить двоюродного брата Рода с вашей подружкой Эми, потому что восемь лет назад они встречались, и Эми дала Роду отставку. С другой стороны, и Эми, и Летиция хотят сидеть рядом с другим вашим двоюродным братом, душкой Бобби, а вот тетю Рут надо от них отсадить, иначе потом все эти заигрывания еще лет пять будут предметом обсуждений на семейных сборищах. Итак, вы тщательно взвешиваете вероятности. Возьмем для начала первый столик. Сколькими способами можно из 100 гостей выбрать 10? Вопрос очень похож на следующие: сколько существует способов, чтобы разместить 10 инвестиционных пакетов между 100 инвестиционными фондами, или же распределить 10 атомов германия в 100 позициях кремниевого кристалла? Задача такого рода периодически всплывает в теории случайности, и не только в приложении к проблеме очков.

Однако в случае с большими числами утомительно, а то и попросту невозможно подсчитывать вероятности, составляя из них список. Вот в чем истинное достижение Паскаля: общеприменимый и систематический подход к подсчету, позволяющий получить ответ путем расчетов по формуле или вывести его из табличных значений. Подход основан на любопытном расположении чисел – в форме треугольника.



Вычислительный метод, лежащий в основе работы Паскаля, в действительности был открыт китайским математиком Цзя Сянем около 1050 г., а опубликован другим китайским математиком, Чжу Шицзе, в 1303 г., и только после этого стал частью более великого – теории вероятностей Паскаля, который в конечном счете и стяжал лавры славы<sup>[10]</sup>. Однако предшествовавшие труды Паскаля не заботили. «Пусть не говорят, будто я ничего нового не сказал, – возражает в автобиографии Паскаль. – Новое в построении. Когда мы играем в теннис, мы оба ударяем по одному и тому же мячу, однако один из нас посылает его лучше другого»<sup>[11]</sup>. Данное ниже графическое изобретение называется «треугольником Паскаля». На рисунке я прервал треугольник – последний ряд у него 10, однако он может продолжаться до бесконечности. В действительности, нет ничего проще, поскольку за исключением 1 в вершине треугольника каждое число является суммой чисел рядом выше слева и справа (прибавьте 0, если в верхнем ряду справа или слева чисел нет).

Треугольник Паскаля пригождается всякий раз, когда нужно выяснить количество способов, посредством которых находится некоторое число предметов из общего числа, равного выбираемому числу или

0						1									
1						1	1								
2					1	2	1								
3					1	3	3	1							
4					1	4	6	4	1						
Ряд 5					1	5	10	10	5	1					
6					1	6	15	20	15	6	1				
7					1	7	21	35	35	21	7	1			
8					1	8	28	56	70	56	28	8	1		
9					1	9	36	84	126	126	84	36	9	1	
10					1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1

Треугольник Паскаля

превосходящее его. Вот как использовать треугольник при решении задачи о свадебном банкете. Чтобы найти число размещений гостей по 10 человек при их общем количестве в 100, начнем с того, что спустимся по треугольнику до ряда, обозначенного как 100. У треугольника, приведенного мной, такого ряда нет, он заканчивается рядом 10, однако предположим, что наш треугольник продолжен до ряда 100. Первое число в ряду 100 указывает на количество способов, которыми вы можете выбрать 0 гостей из группы в 100 человек. Способ тут, разумеется, один – вы просто-напросто никого не выбираете. Это верно для какого угодно количества гостей в группе, вот почему первое число в каждом ряду – 1. Второе число в ряду 100 обозначает количество способов, которыми можно выбрать 1 гостя из 100. Способов этих 100: можно выбрать гостя номер 1, либо гостя номер 2, ну и так далее. Подобный ход рассуждений применим к каждому ряду, таким образом, второе число в каждом ряду является просто-напросто числом этого самого ряда. Третье число в каждом ряду обозначает число разных вариантов распределения групп из 2 человек. И так далее. Искомое число – варианты

распределения групп по 10 человек – таким образом одиннадцатое по счету в ряду. Даже если бы я продлил треугольник до 100 ряда, число оказалось бы слишком большим, чтобы поместиться на странице. И вообще, когда кто-либо из гостей на свадьбе жалуется, что его не туда посадили, можете объяснить, что вычисление всех возможных вариантов посадки заняло бы у вас слишком много времени: исходя из секунды на каждый вариант, пришлось бы потратить около 10 000 млрд лет. Недовольный гость, конечно же, решит, что вы попросту драматизируете.

Чтобы в самом деле воспользоваться треугольником Паскаля, сократим список гостей до 10 человек. Тогда нужный нам ряд как раз будет нижним, надписанный числом 10. Числа в этом ряду обозначают отдельные столики на 0, 1, 2 и так далее из группы в 10 человек. Эти числа вам уже знакомы из задачи про шестиклассников, которым дали контрольную работу – число вариантов неверных ответов ученика на все десять вопросов работы равно числу способов, посредством которых выбираются гости из группы в 10 человек. Такова одна из сильных сторон треугольника Паскаля: одни и те же математические вычисления применимы к разным ситуациям. В случае задачи, где «Янки» и «Смелчаки» боролись за победу в Мировой серии, мы производили утомительные подсчеты всех возможных ситуаций для 5 оставшихся игр. Теперь же узнать число способов, какими «Янки» могут выиграть 0, 1, 2, 3, 4 или 5 игр, можно прямо из ряда 5 треугольника:

1	5	10	10	5	1
---	---	----	----	---	---

Мы с первого взгляда видим, что шанс «Янки» выиграть 2 игры (10 способов) в два раза больше, чем шанс выиграть 1 игру (5 способов).



Стоит вам только познакомиться с данным методом вычислений, как вы заметите: треугольник Паскаля применим во многих случаях. Одно время моя знакомая работала в недавно созданной компании, занимавшейся компьютерными играми. Она рассказывала: начальник маркетингового отдела хотя и соглашался насчет того, что небольшие фокус-группы подходят «только для заключений относительно качества», тем не менее часто говорил о «поразительном» единодушии (4 против 2 или 5 против 1) между членами фокус-группы так, будто оно имело значение. Однако предположим, что в вашей фокус-группе 6 человек высказывают свое мнение о новинке, которую вы разрабатываете. Предположим, что в действительности новинка приходится по душе половине населения. Насколько точно данное предпочтение будет отражено в вашей фокус-группе? Теперь нужный нам ряд треугольника – ряд 6, представляющий число возможных подгрупп как 0, 1, 2, 3, 4, 5 или 6, членам которых ваша новинка может понравиться или не понравиться:

1	6	15	20	15	6	1
---	---	----	----	----	---	---

Мы видим, что мнения членов фокус-группы могут разделиться поровну, точно отражая мнение населения, в общем, 20 разными способами. Однако существуют также и  $1+6+15+15+6+1=44$  способа, которыми можно вычислить нерепрезентативное единодушие: либо «за», либо «против». Поэтому если вы не будете внимательны, шансы сбиться с пути равны 44 из 64, то есть двум третям. Этот пример вовсе не означает: если между членами группы достигнуто согласие, оно случайно. Но и значительным его считать тоже не стоит.

Анализ, произведенный Паскалем и Ферма, оказался первым серьезным шагом на пути к связной

математической теории случайности. Последнее письмо из их знаменитой переписки датируется 27 октября 1654 г. Через несколько недель Паскаль испытал нечто, погрузившись на два часа в транс. Одни считают, что это был мистический опыт. Другие – что Паскаль в конце концов оторвался от планеты под названием Разум. Однако, как бы кто ни объяснял происшедшее, Паскаль после пережитого стал другим человеком. Это его преображение способствовало еще одному значительному вкладу в развитие идеи случайности.



В 1662 г., через несколько дней после смерти Паскаля, его слуга заметил, что один карман куртки господина подозрительно оттопыривается. Слуга распорол подкладку и нашел свернутые листы пергамента и бумаги. Видимо, последние восемь лет жизни Паскаль носил их с собой. На листах его рукой были нацарапаны отдельные слова и фразы, датированные 23 ноября 1654 г. Они представляли собой эмоциональное описание того самого состояния трансa: Паскаль рассказывал, как Господь в течение двух часов наставлял его на путь истинный.

В итоге Паскаль перестал общаться почти со всеми своими друзьями, называя их «отвратительными привязанностями»<sup>[12]</sup>. Он продал свой экипаж, лошадей, мебель, библиотеку... все, оставил только Библию. Деньги раздал беднякам, оставив себе до того мало, что зачастую вынужден был просить милостыню или занимать, чтобы не умереть с голоду. Он носил на себе железный, с шипами на внутренней стороне пояс: когда он ловил себя на том, что испытывает счастье, затягивал пояс потуже. Паскаль бросил занятия математикой

и наукой вообще. О своем юношеском увлечении геометрией он писал: «Я едва помню о существовании этой самой геометрии. Она видится мне до того бесполезной... вероятнее всего, я никогда больше не вспомню о ней»<sup>[13]</sup>.

Однако все это время Паскаль отнюдь не бездействовал. Испытав состояние транса, он в последующие годы записывал свои мысли о Боге, религии, жизни. Мысли эти позднее были опубликованы в книге под названием «Мысли о религии и других предметах» – труд до сих пор переиздается. И хотя Паскаль отрекся от математики, его взгляд на мирскую жизнь и есть математическое обоснование, во время которого он упражнялся в математической вероятности на примере вопросов о теологии – вклад такой же значительный, как и ранняя работа над задачей на тему очков.

Математическое в «Мыслях» изложено на двух листах манускрипта, исписанных с обеих сторон неровным почерком, с большим количеством исправлений. На этих страницах Паскаль подробно изложил анализ «за» и «против» моральных обязательств человека перед Богом, причем сделал это так, будто математикой поверял мудрость заключившего пари. Новаторство было в методе Паскаля, с помощью которого уравнивались «за» и «против» – в наше время это понятие называется математическим ожиданием.

Аргумент Паскаля был таким. Предположим, вы допускаете, что не знаете наверняка, существует Бог или нет, и таким образом шансы вероятности каждого предположения примерно равны – 50% и 50%. Каким образом вы можете взвесить шансы, чтобы решить, стоит или не стоит вести жизнь добродетельную? Если вы будете жить, соблюдая добродетельность, и если Бог существует, писал Паскаль, то ваш выигрыш – вечная жизнь – бесконечно велик. С другой стороны, если

Бог не существует, ваш проигрыш, то есть невозможность возвращения на землю, невелик – можно снизить расходы на обряды, посты и всяческие ограничения. Чтобы сравнить возможные выгоды и потери, Паскаль предложил умножить вероятность каждого возможного исхода на его результат и все их сложить, приходя к среднему или же ожидаемому результату. При умножении пусть даже большой вероятности, что Бога нет, на небольшую ценность приза получается величина возможно и большая, но всегда конечная. При умножении любой конечной, даже очень маленькой, вероятности, что Бог окажет человеку милость за его добродетельное поведение, на бесконечно большую ценность приза получается бесконечно большая величина. Паскаль немало знал о бесконечности, чтобы осознавать: результат этих вычислений бесконечен, так что ожидаемый выигрыш от добродетельного поведения бесконечно положителен. Таким образом, Паскаль заключал: любой разумный человек будет следовать законам божьим. В наше время это утверждение известно как «пари Паскаля».

Ожидание – важное понятие не только в азартных играх, но и во всем, что связано с принятием решений. Зачастую «пари Паскаля» считают основой такого раздела математики как теория игр – количественное исследование стратегий оптимального решения в играх. Должен заметить, подобные размышления вызывают привыкание, поэтому я иногда захожу слишком далеко. «Сколько стоит этот парковочный счетчик?» – спрашиваю я у своего сына. Вывеска гласит: 25 центов. Это так, однако 1 раз в 20 или около того приездов я прихожу поздно и нахожу талон на 40 долларов, так что 25 центов на самом деле жесткая приманка, объясняю я, потому что моя реальная плата равна 2 долларам 25 центам. (Дополнительные

2 доллара выходят благодаря 1 из 20 шансов получить талон, умноженный на его стоимость в 40 долларов.) «А что ты скажешь насчет нашей подъездной аллеи? – спрашиваю я другого своего сына. – Ее можно назвать платной?». Дело в том, что мы прожили в нашем доме лет 5 или же 2400 раз отъезжали от дома по аллее задом, и 3 раза я задевал зеркалом за торчащий столб ограды, что каждый раз обходилось мне в 400 долларов. С таким же успехом можешь установить на столбе аппарат по сбору платы и каждый раз, выезжая задом, бросать 50 центов, отвечает мне сын. Он понимает, что такое ожидание. (А еще советует мне не везти их с братом в школу, пока я не выпью свою чашечку кофе.)

Если смотреть на мир через объектив математического ожидания, можно стать свидетелем удивительного. Например, недавняя лотерея, которую распространяли по почте, сулила выигрыш в 5 млн долларов<sup>[14]</sup>. Только и нужно было, что сделать ставку по почте. Делать ставки можно сколько угодно, только высылать их нужно каждую отдельно. Видимо, спонсоры ожидали что-то около 200 млн, потому что внизу мелкими буквами указывалось: шансы на выигрыш равны 1 из 200 млн. Стоит ли принимать участие в таких вот «бесплатных лотереях»? Умножая вероятность выигрышных разов на выигрыш, получаем, что каждая ставка равна 1/40 доллара или 2,5 центам – это гораздо меньше, чем почтовые расходы при отправке. В действительности, больше всех в этой лотерее выигрывает почта, которая, при условии правильности предполагаемых показателей, должна получить почти 80 млн со всех почтовых отправлений.

А вот еще одна сумасшедшая игра. Предположим, администрация Калифорнии объявит населению штата следующее: все те, кто вложит доллар-другой, ничего не приобретут, однако один получит целое

состояние, а еще один будет лишен жизни жестоким способом. Кто-нибудь решится сыграть в такую игру? Еще как решится! Называется эта игра «государственная лотерея». И хотя государство рекламирует игру совсем не так, как это только что сделал я, на самом деле именно так все и происходит. В каждой игре один счастливец получает крупную сумму, а миллионы других участников ездят к продавцам билетов, и при этом некоторые погибают в автокатастрофах. Если обратиться к статистике государственной дорожной инспекции и прикинуть, как далеко приходится ездить за билетом каждому из участников, сколько каждый из участников покупает билетов и сколько людей оказываются жертвами типичных аварий на дорогах, получится, что допустимое число несчастных случаев равно примерно одной смерти на игру.

Администрация штата обычно не принимает в расчет доводы о возможных негативных последствиях лотерей. И это потому, что в большинстве своем они достаточно осведомлены о математическом ожидании, чтобы рассчитать: на каждый купленный билет ожидаемые выигрыши – общая сумма призовых денег, поделенная на число купленных билетов – меньше стоимости одного билета. Обычно получается недурная сумма, которая перекачивается в государственные закрома. Однако в 1992 г. некоторые инвесторы в австралийском Мельбурне заметили, что в Вирджинской лотерее этот принцип нарушается<sup>[15]</sup>. По условиям игры необходимо выбрать 6 чисел из группы от 1 до 44. Если бы нам удалось настолько продлить треугольник Паскаля, мы бы увидели, что существует 7 059 052 способов выбрать 6 чисел из группы от 1 до 44. Лотерейный джекпот составлял 27 млн долларов, а если считать вместе со вторым, третьим и четвертым призами, то и все 27 918 561 доллар. Сообразительные

инвесторы возразили: если купить один билет с каждой из возможных 7 059 052 числовых комбинаций, стоимость этих билетов будет равна сумме джекпота. Значит, каждый билет будет стоить около 27,9 млн долларов разделенные на 7 059 052, то есть около 3,95 долларов. А по какой цене администрация штата Вирджиния, при всей ее мудрости, продает билеты? Как обычно: по 1 доллару.

Австралийские инвесторы быстро нашли 2.500 мелких инвесторов в Австралии, Новой Зеландии, Европе и США, каждый из которых согласился вложить в среднем по 3 тыс. долларов. Если все рассчитано правильно, примерный доход от этих вложений – 10 800 долларов. Однако план содержал в себе кое-какие риски. Во-первых, так как не они одни покупали билеты, существовала вероятность, что другой, и даже не один, а несколько окажутся с выигрышным билетом, то есть, выигрыш придется делить. Лотерея проводилась уже 170 раз; в 120 случаях победителя не оказывалось, в 40 случаях оказывался один победитель и лишь в 10 случаях – два. Если подобная частотность точно отражала ситуацию с шансами, тогда следовало, что в 120 случаях из 170 инвесторы получили бы весь выигрыш, в 40 случаях из 170 у них оказалась бы только половина, а в 10 случаях из 170 – лишь треть. Подсчитывая ожидаемый выигрыш с помощью принципа математического ожидания Паскаля, они пришли к следующей цифре:  $(120/170 \times 27,9 \text{ млн долларов}) + (40/170 \times 13,95 \text{ млн долларов}) + (10/170 \times 6,975 \text{ млн долларов}) = 23,4 \text{ млн долларов}$ . А это 3,31 доллара за билет – неплохой доход с 1 доллара, даже после всех затрат.

Но существовала и другая опасность: кошмар службы логистики в связи с завершением выкупа всех билетов к окончанию срока розыгрыша. Могли потребоваться существенные незапланированные расходы,

а значительную призовую сумму можно было так и не получить.

Члены инвестиционной группы тщательно подготовились. Они от руки, как того требуют правила, заполнили 1,4 млн билетов: каждый билет участвовал в пяти розыгрышах. В 125 торговых точках расставили выкупщиков и заручились поддержкой продуктовых магазинов, которые получали доход с каждого проданного билета. Схема была запущена за трое суток до завершения лотереи. Служащие магазинов работали посменно, чтобы успеть продать как можно больше билетов. В одном магазине за последние двое суток продали 75 тыс. билетов. Другой магазин, сетевой, принял банковских чеков на 2,4 млн билетов, распределил работу по печатанию билетов между своими торговыми точками и нанял курьеров, чтобы собрать их. И все-таки под конец группе не хватило времени: они купили всего 5 млн билетов из 7 059 052.

Прошло несколько дней с момента объявления выигрышного билета, но за выигрышем никто не явился. Выиграл консорциум инвесторов, однако им пришлось ждать в течение нескольких дней, чтобы удостовериться в этом. Затем, когда чиновникам от государственной лотереи стало известно, что выиграл консорциум, они стали уклоняться от выплаты призовых денег. Последовал целый месяц пререканий между юристами той и другой сторон, пока чиновники не признали: у них нет веских причин для отказа в выплате. В конце концов, инвесторы свой выигрыш получили.

Изучая понятие случайности, Паскаль обогатил науку своими идеями в отношении расчетов, а также понятием математического ожидания. Интересно, какие еще открытия совершил бы Паскаль, не брось он занятия математикой, не пошатнись его здоровье. Однако ничего больше не произошло. В июле 1662 г.



Паскаль тяжело заболел. Врачи предписали традиционные для того времени средства: кровопускания, бесконечные очищения организма, клизмы, рвотные. На некоторое время ему стало лучше, но потом болезнь вернулась, а с ней и сильные головные боли, головокружения, судороги. Паскаль дал обет: если поправится, посвятит свою жизнь помощи бедным. Он попросил перевести его в клинику для неизлечимо больных – в случае своей скорой смерти он хотел быть среди них. Паскаль в самом деле умер – несколько дней спустя, в августе 1662 г. Ему было тридцать девять. Вскрытие показало, что причиной смерти было кровоизлияние в мозг. Кроме того, обнаружили патологические изменения в печени, желудке, кишках, чем и объяснялись болезни, терзавшие Паскаля всю жизнь.

## ПРОТИВОСТОЯНИЕ ЗАКОНОВ БОЛЬШИХ И МАЛЫХ ЧИСЕЛ

В своих работах Кардано, Галилей и Паскаль предположили, что вероятности, соотносимые с задачами, за которые они взялись, уже известны. Например, Галилей предположил, что кость может с равным успехом упасть любой из шести сторон. Однако насколько «прочно» это знание? Возможно, кости герцога были сделаны таким образом, чтобы не отдавать предпочтение ни одной стороне, однако это не значит, что справедливость была на самом деле достигнута. Галилей мог проверить свое предположение путем наблюдений за бросками костей и последующей записи того, как часто кости падали той или иной стороной. Однако если бы он повторил эксперимент несколько раз, он, вполне возможно, обнаружил бы, что каждый раз результаты несколько разнятся, и даже небольшие отклонения могут оказаться значительными, в особенности, если иметь в виду ту крошечную разницу, которую его попросили объяснить. Чтобы ранняя работа из области теории случайности могла быть применена в реальном мире, необходимо задуматься над следующим вопросом: какова связь между неявными вероятностями и наблюдаемыми результатами? Когда мы говорим: шансы того, что кость упадет на 2, равны 1 из 6, что мы имеем в виду с практической точки зрения?

Если это не значит, что при любой серии бросков кость упадет на 2 аккурат 1 раз из 6, то на чем тогда основывается наша уверенность, будто шансы бросить кость и получить 2 в самом деле равны 1 из 6? И что подразумевается, когда врач говорит: лекарство в 70% эффективно, в 1% случаев влечет за собой серьезные побочные эффекты? Или что при опросе выясняется: кандидата поддерживают 36% избирателей? Это непростые вопросы, они имеют отношение к самой сути понятия случайности, понятия, о котором математики до сих пор спорят.

Недавно, в один из теплых весенних дней, я ввязался в подобный спор, а моим оппонентом был статистик Моше, приехавший преподавать из Еврейского университета в Иерусалиме; за обедом в столовой Калифорнийского технологического института он сел напротив меня. Отправляя в рот одну за другой ложечки обезжиренного йогурта, Моше напирал на то, что по-настоящему случайных чисел не существует. «Таких в природе нет, – сказал он. – Ну да, они составляют таблицы, пишут компьютерные программы, но на самом деле сами себя обманывают. Никому еще не удалось изобрести метод получения случайных чисел лучший, нежели броски игральных костей, который как раз и не подходит».

Моше махнул пластмассовой ложечкой в мою сторону. Тема его не на шутку взволновала. Я чувствовал, что между его отношением к понятию случайности и его религиозными убеждениями существует связь. Моше – ортодоксальный еврей, а я знаю, что многие верующие люди с трудом могут представить, будто Господь допускает существование случайности. «Предположим, ты хочешь выстроить ряд  $N$  случайных чисел между 1 и 6, – говорит Моше. – Ты бросаешь кость  $N$  раз и записываешь ряд  $N$  чисел, которые

выпадают. Как по-твоему, это ряд действительно случайных чисел?»

«А вот и нет, – продолжает он, – потому что никто не может сделать кость, которая была бы идеальна. Некоторые грани всегда будут выпадать чаще, а другие – реже. Может потребоваться 1 тыс., а то и 1 млн бросков, однако рано или поздно это непременно обнаружится. Ты увидишь, что 4 выпадают чаще, чем 6, а может, реже. Любое искусственное устройство обязательно обнаружит в себе такой вот изъян, потому что людям совершенство недоступно». А вот Природе доступно, поэтому истинно случайные события происходят на атомарном уровне. В действительности, это не что иное, как основы квантовой теории, так что остаток обеденного перерыва мы провели в рассуждениях на тему квантовой оптики.

В наше время современнейшие квантовые генераторы, подбрасывая идеальную квантовую кость Природы, выдают по-настоящему случайные числа. В прошлом совершенство, необходимое для изучения случайности, было, конечно же, целью иллюзорной. Наиболее творчески к этому вопросу подошла нью-йоркская преступная группировка, орудовавшая в 1920 г<sup>[1]</sup>. Каждый день им нужны были случайные пятизначные числа для незаконной лотереи, и гангстеры издевались над властями, указывая последние пять цифр бюджета Министерства финансов. (На момент написания этих строк правительство США имеет долг в 8 995 800 515 946 долларов и 50 центов или 29 679 долларов 02 цента на человека, так что современные гангстеры могли бы брать последние пять цифр из суммы долга на душу населения!) Их так называемая казначейская лотерея запуталась в сетях не только криминальных законов, но и законов научных, поскольку согласно правилу, называемому

«законом Бенфорда»\*, цифры, получаемые таким образом, являются не случайными, а скорее стремящимися к цифрам младшего разряда.

Закон Бенфорда был открыт вовсе не неким Бенфордом, а американским астрономом Шимоном Ньюкомбом. Примерно в 1881 г. Ньюкомб заметил, что страницы тетради с логарифмическими таблицами, на которых числа начинались с 1, гораздо сильнее захватаны и истрепаны, чем страницы, на которых числа начинались с 2 и так далее до 9 – те выглядели чистыми, как будто их вообще не открывали. Ньюкомб предположил: те страницы, которые больше всего истрепались, чаще всего и открывали, и на основании своих наблюдений заключил: те ученые, которые до него брали тетрадь, работали с данными, отражавшими подобное распределение цифр. Закон же был назван по фамилии Франка Бенфорда, который в 1938 г. заметил то же самое, что и Ньюкомб, когда просматривал логарифмические таблицы в научно-исследовательской лаборатории «Дженерал Электрик» в г. Скенектади, штат Нью-Йорк. Но ни Ньюкомб, ни Бенфорд не доказали справедливость закона. Это произошло только в 1995 г., и автор доказательства – Тед Хилл, математик из Технологического института Джорджии.

Согласно закону Бенфорда, все девять чисел встречаются совсем не с одинаковой частотой, число 1 встречается в качестве первой цифры в 30% случаев; число 2 – примерно в 18% и так далее, до цифры 9, которая в качестве первой встречается лишь в 5%

---

\* Закон Бенфорда или закон первой цифры гласит, что в таблицах чисел, основанных на данных источников из реальной жизни, цифра 1 на первом месте встречается гораздо чаще, чем все остальные (приблизительно в 30% случаях). Более того, чем больше цифра, тем меньше вероятности, что она будет стоять в числе на первом месте.

случаев. Похожий закон, хотя и не столько четко сформулированный, применим к последующим цифрам. Закону Бенфорда подчиняются числа из многих областей, к примеру, из области финансов. В действительности, закон как нельзя лучше подходит для обработки большого массива финансовых показателей на предмет мошенничества.

В одном таком случае был замешан молодой предприниматель Кевин Лоуренс – он умудрился собрать 91 млн долларов на создание сети клубов здоровья, оборудованных по последнему слову техники<sup>[2]</sup>. Набив карманы наличными, Лоуренс развил бурную деятельность, нанял тучу исполнительных директоров и спустил деньги инвесторов так же быстро, как и собрал. И все бы ничего, за исключением одного: Лоуренс со своей когортой большую часть денег тратили не на развитие дела, а на личные нужды. А так как приобретение нескольких домов, двадцати личных яхт, сорока семи автомобилей (в числе которых пять «хаммеров», четыре «феррари», три спортивных «доджа», два шикарных «форда» и «ламборгини дьябло»), двух часов «Ролекс», браслета с бриллиантами в 21 карат, самурайского меча за 200 тыс. долларов и машины для коммерческого производства сладкой ваты едва ли можно было списать как деловые расходы, Лоуренс с друзьями попытались увести деньги путем перечисления их по сложной банковской схеме со счета на счет как средства то одной подставной компании, то другой – все с целью создания видимости активно расширяющегося бизнеса. На их несчастье, заподозривший неладное бухгалтер-криминалист Даррелл Доррелл составил список из более чем 70 тыс. номеров (счета и переводы) и, опираясь на закон Бенфорда, сравнил, как распределяются цифры. А распределялись они вразрез с законом<sup>[3]</sup>. Это, конечно же, было только началом расследования, однако дальше история

развивалась по известному сценарию, а развязка наступила за день до Дня благодарения 2003 г., когда Кевин Лоуренс, окруженный своими адвокатами и облаченный в светло-голубую тюремную робу, был приговорен к двадцати годам заключения без права досрочного освобождения. Налоговое управление США также изучило закон Бенфорда как способ обнаружения случаев налогового мошенничества. Один исследователь даже применил закон к данным налоговых поступлений от Билла Клинтона за тринадцать лет. Цифры распределились в соответствии с законом<sup>[4]</sup>.

По-видимому, ни нью-йоркские гангстеры, ни те, кто покупал их лотерейные билеты, не замечали в номерах этих самых билетов закономерностей. Но вздумай люди вроде Ньюкомба, Бенфорда или Хилла сыграть в эту лотерею, они могли бы воспользоваться законом Бенфорда и заключить выгодные пари – неплохая прибавка к зарплате ученого.

В 1947 г. ученым из «Рэнд Корпорейшн» понадобилась большая таблица случайных цифр для цели куда как более достойной: найти приблизительные решения определенных математических уравнений с применением способа, метко названного «методом Монте-Карло». Чтобы получить эти цифры, они решили прибегнуть к электронному порождению помех. Но можно ли назвать электронные помехи случайными? Вопрос не менее коварный, чем определение самой случайности.

В 1896 г. американский философ Чарльз Сандерс Пирс писал о том, что «правила и методики, по которым делается случайная выборка, должны быть таковы, чтобы при бесконечном повторении экспериментов в конечном итоге вероятность того или иного результата была равнозначна остальным вариантам при таком же количестве повторений»<sup>[5]</sup>. Это

что касается статистического определения вероятности. Альтернативой ему служит субъективное толкование вероятности. При статистическом определении вероятности суждение выносится исходя из того, чем закончилась серия экспериментов, а при субъективном толковании – исходя из того, каким образом эта серия осуществляется. Согласно субъективному толкованию вероятности, число или ряд чисел считаются случайными, если мы не знаем или не можем предсказать ход процесса, в результате которого они появляются.

Разница между двумя определениями гораздо глубже, чем может показаться на первый взгляд. Например, в идеальном мире бросок игральной кости будет случайным по первому определению, но не по второму: вероятности выпадения любой стороны кости равны, но в идеальном мире мы можем воспользоваться точными данными о физических условиях и законах физики, чтобы определить перед каждым броском то, как именно выпадет кость. В полном несовершенства реальном мире бросок кости является случайным по второму определению, не по первому. Объясняется это тем, что, как указал Моше, из-за несовершенства мира кость не выпадет любой из сторон с равной частотностью. Мы же, в силу нашей ограниченности, не имеем предварительных данных о том, какая из сторон кости перед какой имеет преимущество.

Чтобы определить, является ли составленная ими таблица случайной, ученые из «Рэнд Корпорейшн» подвергли ее серии испытаний. При близком рассмотрении оказалось, что в их системе имеются искажения, прямо как у изначально неидеальной игральной кости Моше<sup>[6]</sup>. Ученые скорректировали таблицу, однако совсем избежать закономерностей так и не смогли. Как сказал Моше, совершенный хаос – это, по иронии судьбы, некое совершенство. И все же числа



получились в достаточной степени случайными, чтобы оказаться полезными, и в 1955 г. компания опубликовала их под броским заголовком: «Миллион случайных цифр».

Во время своих изысканий ученые из «Рэнд Корпорейшн» столкнулись с проблемой рулеточного колеса, которая была обнаружена, если говорить абстрактно, почти столетие назад одним англичанином по имени Джозеф Джаггер<sup>[7]</sup>. Джаггер был инженером-механиком на текстильной фабрике в Йоркшире, так что обладал интуитивным чутьем в отношении всего, что касалось достоинств, а также недостатков оборудования. Однажды в 1873 г. этот инженер с развитой интуицией и изобретательным умом вместо текстиля задумался о деньгах. И задался вопросом: насколько совершенна работа рулеточных колес в казино Монте-Карло?

Колесо рулетки, изобретенное, как гласит легенда, Блезом Паскалем, в то время как он подумывал о создании вечного двигателя, представляет собой большую чашу с ячейками, которые по виду напоминают тонкие куски пирога. Когда колесо вращают, мраморный шарик прыгает вдоль обода чаши и в конце концов остается в одной из ячеек, которые пронумерованы от 1 до 36 и еще добавлен 0 (а также 00 в американской рулетке). Задача игрока проста – угадать, в какую из ячеек упадет в конечном итоге шарик. Существование колеса рулетки является достаточно ярким свидетельством тому, что настоящих экстрасенсов не существует. Ведь если в Монте-Карло вы ставите 1 доллар и угадываете номер ячейки, казино выплачивает вам 35 долларов (и кроме того возвращает вам 1 доллар). Если бы экстрасенсы существовали, вы бы запросто встретили их в подобных заведениях: они бы выходили оттуда, напевая и пританцовывая, и катили перед

собой тележку с наличными, а не заводили бы в Интернете сайты, называя себя «Зельдой Всевидящей и Всезнающей», и не предлагали бы круглосуточные консультации в вопросах любви, конкурируя с 1,2 млн других сетевых экстрасенсов (если верить Гуглу). Мне будущее и в особенности прошлое представляется затянутым густым туманом. Однако я знаю одно: вздумай я сыграть в европейскую рулетку, мои шансы проиграть равны 36 из 37, а шансы выиграть – 1 из 37. Это значит, что с каждого 1 доллара, поставленного мной, казино получит  $(36/37 \times 1 \text{ доллар}) - (1/37 \times 35 \text{ долларов})$ . То есть, 1/37 доллара или же около 2,7 центов. В зависимости от состояния моего ума это можно назвать либо ценой за удовольствие лицезреть, как маленький мраморный шарик подскакивает на вращающемся блестящем колесе, либо ценой за вероятное озарение. По крайней мере, так оно должно быть.

Но вот так ли оно на самом деле? Только в том случае, если рулеточное колесо точнейшим образом уравновешено, подумал Джаггер. А уж он имел дело со столькими механизмами, что разделял точку зрения Моше. И готов был поспорить: колесо уравновешено вовсе не идеально. Так что он взял свои сбережения, поехал в Монте-Карло и нанял шесть помощников: по одному на каждое из шести рулеточных колес казино. Каждый день помощники наблюдали за колесами и в течение двенадцати часов – часы работы казино – записывали каждое число, которое выпадало. Каждый вечер Джаггер у себя в гостиничном номере анализировал данные. По прошествии шести дней он не обнаружил никаких отклонений у пяти рулеточных колес, зато у шестого девять чисел выпадали заметно чаще остальных. Таким образом, на седьмой день Джаггер пошел в казино и начал ставить на девять выигранных номеров: 7, 8, 9, 17, 18, 22, 28, 29.

В тот вечер ко времени закрытия казино у Джаггера накопилось 70 тыс. долларов. Его выигрыши не остались незамеченными. Вокруг стола собрались другие игроки – делать ставки в надежде приобщиться к удаче. Работники казино следили за Джаггером в оба, пытаются разгадать его систему, а то и поймать на мошенничестве. К четвертому дню Джаггер выиграл уже 300 тыс. долларов, а управляющие казино отчаянно искали способ избавиться от таинственного игрока или хотя бы помешать ему. Тут кто-нибудь сразу представит себе дюжего парня из Бруклина. Но управляющие придумали кое-что получше.

На пятый день Джаггер начал проигрывать. Проигрыши, как и выигрыши, нельзя было заметить сразу. И до пятого дня, и после Джаггер когда выигрывал, когда проигрывал, однако теперь он проигрывал чаще, чем выигрывал, хотя раньше все было наоборот. При небольшой прибыли казино на то, чтобы опустошить карманы Джаггера, потребуется время, однако Джаггер, четыре дня кряду тянувший из казино деньги, не собирался снижать ставки. К тому времени, как отвернувшаяся от него фортуна заставила его остановиться, он потерял половину выигранного. Можно представить, до какой степени испортилось к тому времени его настроение, не говоря уже о настроении тех, кому он был обязан отрезвлением. И как только расчет мог вдруг подвести его?

В конце концов Джаггер сообразил, в чем дело. Проводя столько часов за рулеткой, он заметил крошечную царапину на рулеточном колесе. Однако на пятый день царапина исчезла. Может, управляющие любезно распорядились замазать ее, чтобы если уж и обанкротиться, то достойно? Джаггер так не думал, он решил проверить остальные колеса. И на одном из них обнаружил ту самую царапину. Управляющие

казино догадались, что успех Джаггера связан именно с этим колесом, и на другой день попросту заменили его. Джаггер перешел к колесу с царапиной и снова стал выигрывать. Вскоре его выигрыш достиг чуть ли не полумиллиона.

На несчастье Джаггера, управляющие, наконец смекнувшие, в чем его удача, нашли-таки способ справиться с ним. Они решили передвигать ячейки каждый раз после закрытия, так что удачливыми каждый раз оказывались другие числа, неизвестные Джаггеру. Джаггер снова начал проигрывать и в конце концов бросил это дело. Завершив карьеру игрока, он покинул Монте-Карло с 325 тыс. долларов, что в пересчете на сегодняшний день равно примерно 5 млн долларов. Джаггер ушел с фабрики, вложив выигранное в недвижимость.

Может показаться, что расчет Джаггера был верным, однако это не так. Потому что даже на идеально отлаженном рулеточном колесе шарик не станет с равной частотой выпадать на номера 0, 1, 2, 3 и так далее. Можно подумать, циферки выстроились в очередь и терпеливо ждут, когда заявится какой-нибудь тюфяк, чтобы подыграть ему. Нет, одни числа выпадают в среднем чаще, чем другие. И даже после шести дней наблюдений оставалась вероятность того, что Джаггер ошибается. Обнаруженная им большая частотность для некоторых номеров могла возникать случайно и совсем не означала то, что Джаггер подумал. Значит, и Джаггер оказался перед вопросом, упомянутом нами в начале главы: какова связь между неясными вероятностями и наблюдаемыми результатами? Паскаль сделал свои открытия во времена научной революции, поэтому ответ на этот вопрос будет найден также в разгар революции, на этот раз в области математики – когда откроют численные методы.



В 1680 г. Вселенную вблизи нашей Солнечной системы прочертила комета, причем так близко, что крошечной частички солнечного света, который она отразила, хватило для того, чтобы комета отчетливо светила в ночном небе. Впервые комета была замечена в ноябре; несколько месяцев она оставалась объектом пристального наблюдения, ее траекторию вычерчивали самым подробным образом. В 1687 г. Исаак Ньютон воспользуется этими данными в качестве примера действия закона обратных квадратов для силы тяготения. А одной ночью, когда на небе не было ни единого облачка, на крошечном клочке швейцарской земли под названием Базель другой ученый, которому предназначено было прославиться, тоже не отрывал от кометы взгляда. Этот юный богослов смотрел на яркий, дымчатый свет кометы и понял, что хочет заниматься не теологией, а математикой<sup>[8]</sup>. Решение это не только круто поменяло жизнь Якоба, но и определило сферу деятельности многочисленных представителей семейства Бернулли: в период между рождением Якоба и 1800 г., то есть 150 лет, почти половина родившихся представителей семейства Бернулли оказались людьми одаренными, восемь человек стали известными математиками, а трое (Якоб, его младший брат Иоганн, сын Иоганна Даниил) на сегодняшний момент считаются величайшими учеными.

В то время кометы в глазах теологов да и общества в целом выглядели знамениями божьего гнева, а уж если судить по этой комете, то Бог должно быть был зол как никогда – хвост кометы растянулся на полнеба. Один проповедник назвал комету «небесным предостережением Всемогущего и Святого Господа, начертанным и воздвигнутым перед слабыми и лишенными святости

детьми человеческими». Она предвещает, продолжал проповедник, «значительные перемены в плане духовном или мирском» для страны или города<sup>[9]</sup>. Якоб Бернулли придерживался иного мнения. В 1681 г. он опубликовал брошюру под названием «Новый метод: как посредством некоторых основополагающих законов объяснить путь кометы или хвостатой звезды и предсказать ее появление».

В этом плане Бернулли на шесть лет опередил Ньютона. По крайней мере, опередил бы, если его теория оказалась бы верной. Но верной она не была, однако произнесенное во всеуслышание заявление о том, что кометы подчиняются законам природы, а не прихоти божьей, было довольно-таки смелым, особенно если помнить, что годом ранее – почти через пятьдесят лет после осуждения Галилея – профессор математики из Базельского университета, Питер Мегерлин, неоднократно подвергался нападкам богословов за то, что принял гелиоцентрическую систему Коперника – ему запретили преподавать ее в университете. Между учеными и богословами Базеля произошел раскол, Бернулли же целиком и полностью встал на сторону ученых.

Вскоре талант Бернулли был замечен научным сообществом, и когда в конце 1686 г. Мегерлин умер, его место профессора математики занял Бернулли. К тому времени Бернулли трудился над задачами, связанными с азартными играми. Наибольшее влияние на него оказал голландский ученый и в частности математик Христиан Гюйгенс, который не только усовершенствовал телескоп и первым разглядел кольца Сатурна, создал первые маятниковые часы (основываясь на идеях Галилея), способствовал развитию волновой теории света, но и, вдохновленный мыслями Паскаля и Ферма, написал учебник по вероятности.

Для Бернулли учебник Гюйгенса стал откровением. Что однако не помешало Бернулли увидеть ограниченность теории Гюйгенса. Она могла удовлетворять потребностям игроков в азартные игры, но оставалась бесполезной в других, более насущных сферах жизни. Как можно точно определить вероятность достоверности свидетельских показаний? Или вероятность того, кто – Карл I, король Англии, Шотландии и Ирландии, или Мария I, королева Шотландии – лучше всего играл в гольф? (Оба любили этот вид спорта.) Бернулли считал: чтобы стало возможным рациональное принятие решения, должен быть надежный, подкрепленный математически способ определения вероятностей. Его взгляд отражал культуру тех времен: ведение дел способом, согласующимся с вероятностными ожиданиями, считалось признаком человека здравомыслящего. Но, как считал Бернулли, не одна только субъективность ограничивала ту теорию случайности. По его мнению, теория не действовала в ситуациях незнания, где вероятности различных исходов могли быть определены в принципе, но не на практике. Именно это я и обсуждал с Моше, именно с этим и столкнулся Джаггер: каковы шансы того, что неидеальная кость выдаст 6? Каковы ваши шансы заразиться чумой? Какова вероятность того, что ваш нагрудный щит выдержит удар шпагой противника? Бернулли считал: и в субъективной, и в неопределенной ситуациях будет истинным «безумием» надеяться на некое предварительное знание, то есть знание априори относительно вероятностей, описанных в учебнике Гюйгенса<sup>[10]</sup>.

Бернулли видел ответ на вопрос таким же, каким позднее его увидит Джаггер: вместо того, чтобы зависеть от данных нам вероятностей, мы должны определить их сами, посредством наблюдений. Будучи

математиком, Бернулли добивался точности мысли. Допустим, перед вами вращаются несколько рулеточных колес. Как точно сможете вы определить неявные вероятности и с какой долей уверенности? Об этом мы поговорим в следующей главе, однако это не те вопросы, на которые Бернулли смог ответить. Вместо них он нашел ответ на вопрос, тесно связанный с вышеупомянутыми: насколько четко неявные вероятности отражаются в реальных результатах? Бернулли принял за очевидное то, что мы вполне оправданно ожидаем: с увеличением числа попыток наблюдаемые периодичности с большей или меньшей точностью отразят неявные вероятности. Бернулли конечно же не был первым, кто так считал. Однако он стал первым, кто формально рассмотрел данную проблему, перевел идею в плоскость доказательства и выразил в количественной форме, задавая вопрос: сколько попыток необходимо и насколько уверенными мы можем быть? Он также стал одним из первых, кто оценил важность нового изобретения – математического анализа – при решении подобных задач.



Год, когда Бернулли назначили профессором Базельского университета, оказался важнейшим годом в истории математики: в этот год Готфрид Лейбниц опубликовал свой революционный труд, в котором изложил основы интегрального исчисления – дополнение к работе 1684 г. об исчислении дифференциальном. Ньютон напечатает собственную работу по данной теме в 1687 г., в своих «Математических началах натуральной философии» (часто сокращаемых до «Начал»). В этих прогрессивных работах будет содержаться ключ к работе Бернулли на тему теории случайности.



Ко времени своих публикаций и Лейбниц, и Ньютон уже не один год размышляли на данную тему, однако из их практически одновременных публикаций трудно было понять, кому принадлежит честь открытия. Великий математик Карл Пирсон (он еще встретится нам в главе 8) сказал: о репутации математиков «последующие поколения судят не по тому, что те сделали, а по тому, что современники приписали тем»<sup>[11]</sup>. Возможно, Ньютон и Лейбниц согласились бы с подобным утверждением. В любом случае ни один, ни другой не оказались на высоте, к тому же тот, кто настаивал на первенстве, был известен своей резкостью. В то время результат казался запутанным. Немцы и швейцарцы узнали о математическом анализе из труда Лейбница, а англичане и многие французы – из работы Ньютона. С точки зрения современности разница между обоими трудами невелика, однако в конце концов вклад Ньютона часто выделяется, потому как кажется: он в самом деле был первым, а в «Началах» применил свое изобретение для создания современной физики – таким образом «Начала» становятся величайшим научным трудом. Однако Лейбниц разработал более удачную систему обозначений, именно его символы зачастую используются в современном математическом анализе.

Понять было непросто как Ньютона, так и Лейбница. Помимо того, что «Начала» Ньютона называли величайшим научным трудом, их считали также и «одной из самых недоступных для понимания книг, которые когда-либо были написаны»<sup>[12]</sup>. А труд Лейбница, если верить биографам Якоба Бернулли, «вообще никто не понимал»; он отличался не только туманностью изложения, но и обилием опечаток. Иоганн, брат Якоба, сказал, что это «скорее загадка, нежели разъяснение»<sup>[13]</sup>. И в самом деле, работы эти оказались до того невнятными, что

ученые высказывали предположение, будто и Лейбниц, и Ньютон намеренно затуманили смысл, чтобы отпугнуть всякого рода любителей. Однако такое таинственное свойство работ сыграло Якобу Бернулли только на руку, поскольку действительно способствовало отделению зерен от плевел, а интеллект Бернулли подпадал именно под первую категорию. Как только он расшифровал мысли Лейбница, в его распоряжении оказалось оружие, которым владела лишь горстка людей в целом мире, а уже с помощью этого оружия Бернулли мог запросто решить задачи, к которым другие не могли даже подступиться.

Набор основных понятий и для математического анализа, и для работы Бернулли заключается в последовательностях, рядах и пределах. Термин «последовательность» для математика значит практически то же самое, что и для любого другого: определенный порядок следования элементов, таких как точки или числа. Ряды – это не что иное, как сумма последовательностей чисел. Если создается впечатление, будто элементы последовательности ведут к чему-то – к определенной конечной точке или конкретному числу, – то в таком случае мы говорим о пределе последовательности.

Хотя математический анализ представляет собой очередное затруднение на пути к пониманию последовательностей, он, как и многие другие идеи, уже был известен древним грекам. В V в. до н.э. греческий философ Зенон с помощью любопытной последовательности сформулировал парадокс, над которым до сих пор любят поспорить студенты философского факультета, особенно после того, как пропустят по кружке-другой пива. Парадокс Зенона заключается в следующем. Предположим, ученик хочет подойти к двери, расстояние до которой – 1 метр. (В качестве единицы измерения мы берем метр, однако это для удобства; то же

самое верно для мили и т.д.) Прежде, чем достигнуть двери, он должен достигнуть точки на полпути к ней. Однако для того, чтобы достигнуть точки на полпути, он прежде должен достигнуть точки на полпути к точке на полпути к двери – иными словами, точки на расстоянии одной четверти пути до двери. И так далее до бесконечности. То есть, чтобы дойти до конечного пункта, он должен пройти следующие последовательности расстояний:  $1/2$  метра,  $1/4$  метра,  $1/8$  метра и так далее. Зенон утверждал: так как последовательности выстраиваются до бесконечности, ученику придется идти *бесконечное* число *конечных* отрезков пути. Зенон высказался, что это займет у ученика бесконечное количество времени. И вывод Зенона: он никуда не придет.

В течение столетий кто только ни пытался разрешить это затруднение: от Аристотеля до Канта. Диоген, основатель школы киников, решил подойти к задаче с позиций эмпирических: он просто-напросто сделал несколько шагов и тем самым наглядно продемонстрировал, что дошел до пункта назначения. Тем из нас, кто не учился на факультете философии, подобное решение покажется вполне приемлемым. Однако для Зенона этого было бы недостаточно. Зенон признавал противоречие между логическим доказательством и доказательством на уровне физических ощущений, вот только он, в отличие от Диогена, доверял именно логике. И застрял на этом вопросе не только Зенон. Даже Диогену пришлось признать, что его собственный ответ оставляет нас перед вопросом, приводящим в тупик (и, как оказалось, отличающимся глубиной): если доказательство, полученное с помощью наших органов чувств, верно, тогда что неверно в логических построениях Зенона?

Рассмотрим последовательность расстояний в парадоксе Зенона:  $1/2$  метра,  $1/4$  метра,  $1/8$  метра,

$1/16$  метра и так далее (градация все уменьшается). Эта последовательность обладает бесконечным числом ограничений, поэтому вычислить ее сумму путем простого сложения не получится. Однако можно заметить, что хотя число ограничений бесконечно, ограничения эти в своей последовательности все уменьшаются и уменьшаются. Может, существует конечное равновесие между бесконечным потоком ограничений и их бесконечно уменьшающимся размером? Этот вопрос как раз относится к тому самому типу вопросов, на которые возможно ответить, прибегнув к понятиям последовательностей, рядов и пределов. Чтобы увидеть его в действии, не нужно пытаться подсчитать, как далеко пойдет ученик после всей бесконечности Зеноновых интервалов, нужно каждый раз рассматривать по интервалу. Вот расстояния, которые прошел ученик после первых нескольких интервалов:

- После первого интервала:  $1/2$  метра
- После второго интервала:  $1/2$  метра +  $1/4$  метра =  $3/4$  метра
- После третьего интервала:  $1/2$  метра +  $1/4$  метра +  $1/8$  метра =  $7/8$  метра
- После четвертого интервала:  $1/2$  метра +  $1/4$  метра +  $1/8$  метра +  $1/16$  метра =  $15/16$  метра

Таково распределение чисел:  $1/2$  метра,  $3/4$  метра,  $7/8$  метра,  $15/16$  метра... Знаменатель – степень двойки, числитель на одну часть меньше знаменателя. Глядя на таким образом распределившиеся числа, можно вычислить: через 10 интервалов ученик пройдет  $1,023/1,024$  метра; через 20 интервалов –  $1,048,575/1,048,576$  метра и так далее. Из распределения чисел ясно, что Зенон прав – чем больше

интервалов, тем больше получаемая сумма расстояний. Однако Зенон не прав, когда говорит, что сумма стремится к бесконечности. Наоборот, числа приближаются к 1; математики сказали бы, что 1 метр является пределом данной последовательности расстояний. Что имеет смысл, потому что хотя Зенон и раздробил путь ученика на бесконечное количество интервалов, он, в конце концов, должен пройти всего 1 метр.

Парадокс Зенона о количестве времени, которое потребуется на то, чтобы пройти путь, но никак не о расстоянии. Если ученик будет шагать в строгом соответствии с интервалами Зенона, ему, конечно же, придется попотеть (не говоря уже о том, что он должен будет совершать крошечные, меньше миллиметра шаги)! Однако если он станет передвигаться с постоянной скоростью, не соблюдая воображаемые Зеноновы интервалы – а почему бы и нет? – время, которое потребуется на преодоление каждого из интервалов, будет пропорционально расстоянию, пройденному за этот интервал, а поскольку в целом отрезок пути конечен, конечно и общее время и – к счастью для всех нас – движение все-таки возможно.

Хотя современная концепция пределов была разработана намного позже того времени, в котором жил Зенон, да и не только он, а и Бернулли – это произошло в XIX в.<sup>[14]</sup> – именно она составляет суть математического анализа, и именно таковы по сути своей попытки Якоба Бернулли исследовать связь между вероятностями и наблюдением. В частности, Бернулли изучил, что происходит в пределе сколь угодно большого числа многократных наблюдений. Подбросьте сбалансированную монету 10 раз: у вас может выпасть 7 орлов. Однако если вы подбросите монету сто тысяч миллиардов раз, у вас, скорее всего, получится половина на половину. В 1940-х гг. южноафриканский математик

Джон Керрич решил проверить это на практике, подбрасывая монету множество раз, приближавшееся к ста тысячам миллиардов – на самом деле 10 тыс. – и записывая результат каждого броска<sup>[15]</sup>. Вы можете подумать: этот математик мог бы заняться чем-нибудь более полезным, однако он в то время был военнопленным – его угораздило оказаться в Копенгагене как раз тогда, когда немцы в апреле 1940 г. захватили Данию. Согласно полученным данным, после 100 бросков орлы получались только в 44%, однако к тому времени, когда было сделано 10 тыс. бросков, цифра оказалась гораздо ближе к половине: 50,67%. Как выразить этот феномен количественно? Ответ на этот вопрос дал Бернулли.

Согласно свидетельствам историка и философа Иэна Хэкинга, работа Бернулли «явилась для общественности ярким предвестником всего того, что нам известно о ней теперь; ее математическая глубина, широчайшее практическое применение, двойственность и приглашение к философским размышлениям. Вероятность проявилась во всей своей полноте». Если же привести более скромные слова Бернулли, то его исследование оказалось «не лишенным новизны и в то же время... невероятной практичности». Бернулли писал, что это стоило ему «огромных усилий»<sup>[16]</sup>. Он работал над своим трудом двадцать лет.



Важнейшим достижением за все двадцать лет непрерывной работы Якоб Бернулли считал «золотую теорему». Ее современные версии, разнящиеся техническими деталями, известны под разными названиями: теорема Бернулли, закон больших чисел, обычный закон больших чисел. Фраза «закон больших чисел» фигурирует потому, что, как мы уже говорили, теорема

Бернулли связана со способом, с помощью которого результаты отражают неявные вероятности в процессе многократных наблюдений. Однако мы будем придерживаться терминологии Бернулли и станем называть его теорему «золотой теоремой», потому как будем иметь дело с ее первоначальной версией<sup>[17]</sup>.

Хотя Бернулли интересовало практическое применение, в некоторых его излюбленных примерах фигурирует предмет, в большинстве домов отсутствующий: заполненный разноцветными гольшами сосуд. Согласно одной постановке задачи, Бернулли представил сосуд с 3 тыс. белых гольшей и 2 тыс. черных, то есть в процентном соотношении как 60% и 40% соответственно. Вы наугад несколько раз вынимаете гольши из сосуда, но «с заменой», то есть перед тем, как вынуть следующий гольш, заменяете уже вынутый, чтобы сохранять соотношение 3 к 2. Таким образом, заранее известно, каковы шансы вынуть белый гольш: 3 из 5 или 60%. В связи с этим экспериментом основной вопрос Бернулли звучит так: насколько строго количество белых гольшей будет держаться в рамках 60% и с какой вероятностью?

Пример с сосудом хорош тем, что те же самые математические выкладки, описывающие выемку гольшей из сосуда, могут быть применены и в случае описания любых серий испытаний, в которых каждое испытание имеет два возможных исхода, при условии, если эти исходы случайны, а испытания не зависят друг от друга. В наше время подобную последовательность испытаний называют испытаниями по схеме Бернулли, а серию испытаний – процессом Бернулли. Когда случайное испытание имеет два возможных исхода, один часто в произвольной форме называют «удачным», а другой – «неудачным». Названия эти весьма условны и порой не имеют ничего общего

с обыденными значениями слов – ну, скажем, если вам не терпится читать эту книгу дальше, она, мол, удачная, а если вы используете ее, чтобы не дать замерзнуть себе и своей любимой после того, как все поленья в камине выгорели, то неудачная. Подбрасывание монеты, решение голосовать за кандидата А или кандидата В, рождение мальчика или девочки, приобретение или отказ от приобретения той или иной вещи, излечение или невозможность излечения, даже жизнь или смерть – все это примеры испытаний по схеме Бернулли. Действия, имеющие своим результатом множественные исходы, также могут быть смоделированы по схеме Бернулли, если вопрос формулируется так, чтобы ответом на него было «да» или «нет», например: «Кость выпала стороной 4?» или «Остался ли вообще лед на Северном полюсе?» Таким образом, хотя Бернулли писал о гольшах и сосудах, все его примеры в равной степени применимы к этим и многим другим аналогичным ситуациям.

И вот, разобравшись, возвращаемся к сосуду, 60% гольшей в котором белые. Если вынуть из сосуда 100 гольшей (положив им замену), можно обнаружить, что именно 60 из вынутых белые, но можно вынуть и 50, 59 белых гольшей. Каковы шансы того, что из вынутых вами гольшей белых будет от 58% до 62%? Каковы шансы того, что вы вынете белых гольшей от 59% до 61%? Насколько вы можете быть уверены, если вместо 100 гольшей вынете 1 тыс. или даже 1 миллион? Вы никогда не можете быть уверены на все 100%, но возможно ли вынуть достаточно гольшей для того, чтобы шансы, скажем, того, что вы вынете белых гольшей от 59,9% до 60,1%, стали равны 99,9999%? «Золотая теорема» Бернулли и применима как раз в таких случаях.

Чтобы воспользоваться ею, придется совершить два выбора. Во-первых, вы должны определить, какая



погрешность является для вас приемлемой. Насколько должен быть близок к 60% ряд ваших испытаний? Вам нужно выбрать интервал, например, плюс или минус 1%, 2% или 0,00001%. Во-вторых, вы должны решить, какая неопределенность является для вас приемлемой. Вы не можете быть уверены на 100% в том, что испытание выдаст результаты, к которым вы стремитесь, но вы можете позаботиться о том, чтобы получать удовлетворительный результат в 99 случаях из 100 или 999 случаях из 1 тыс.

«Золотая теорема» сообщает о том, что всегда возможно вынуть достаточно голышей для того, чтобы быть почти уверенным в том, какой процент белых голышей из вынутых будет ближе всего к 60%, и это несмотря на то, насколько требовательны вы в своем определении этого «почти уверен» и «ближе всего». С помощью теоремы также выводится формула числа испытаний, которые «достаточны» в рамках приведенного выше определения.

Первая часть закона была достижением на понятийном уровне, именно она и осталась в современной версии теоремы. Что же до второй части – формулы Бернулли – то важно понять: хотя «золотая теорема» определяет число испытаний, достаточных для достижения уверенности и точности, она не говорит, что невозможно достичь этого при меньшем числе испытаний. Это не влияет на первую часть теоремы, для которой достаточно знать лишь то, что число определенных испытаний конечно. Однако Бернулли также намеревался использовать число, выведенное с помощью формулы, в практических целях. Возьмем числовой пример, который Бернулли придумал сам, хотя контекст я изменил. Предположим, 60% избирателей в Базеле поддерживают мэра. Скольких человек необходимо опросить, чтобы шансы обнаружить, что мэра

поддерживают от 58% до 62%, равнялись 99,9%, то есть, чтобы получить результаты с точностью плюс-минус 2%? (Предположим, оставаясь в согласии с Бернулли, что опрошенные люди выбраны наугад, однако с заменой. Другими словами, возможно, что одного и того же человека вы опросите более одного раза.) Ответ – 25.550, во времена Бернулли почти все население Базеля. Тот факт, что число это невозможно, от Бернулли не ускользнул. Он также знал, что опытные игроки интуитивно угадывают свои шансы на удачу в новой игре, основываясь на выборке, гораздо меньшей, чем тысячи испытаний.

Одна из причин того, почему численная оценка Бернулли была так далека от оптимальной, заключается в следующем: его доказательство было основано на множественных аппроксимациях. Другой причиной было то, что в качестве стандарта достоверности он выбрал 99,9% – то есть, он предполагал, что получит неверный ответ (ответ, который отличается от верного более чем на 2%) менее чем в 1 случае из 1000. А это чересчур высокий стандарт. Бернулли назвал его моральной достоверностью, имея в виду степень достоверности, которой, по его мнению, должен обладать человек здравомыслящий, чтобы принять рациональное решение. В наше время мы отказались от понятия моральной достоверности в пользу того, о чем поговорим в последней главе – о статистической значимости – подразумевая, что ваш ответ будет неверным менее чем в 1 случае из 20. Возможно, это скорее к вопросу о том, насколько сильно поменялся мир с тех пор.

Пользуясь современными математическими методами, статистики продемонстрировали, что в опросе, подобном описанному мною, можно получить статистически значимые результаты с точностью плюс-минус 5%, опросив при этом всего 370 человек. Если

же вы опрашиваете 1000, вы выходите на 90% шанс получить верный результат плюс-минус 2% (60% голосование за мэра Базеля). Однако, несмотря на некоторые свои недостатки, «золотая теорема» Бернулли явилась своеобразной точкой отсчета, потому что продемонстрировала, – по крайней мере, в принципе – что достаточно большая выборка почти наверняка отразит неявные настроения населения.



В реальном мире нам нечасто доводится наблюдать чьи-либо действия в количестве тысяч испытаний. Таким образом, если Бернулли требовался чрезмерно высокий стандарт достоверности, в реальных жизненных ситуациях мы часто совершаем ошибку прямо противоположную: предполагаем, что выборка или серия испытаний является репрезентативной, когда на самом деле она слишком малочисленна, чтобы быть надежной. Например, если во времена Бернулли вы опросили бы 5 жителей Базеля, подсчеты по примеру тех, о которых шла речь в главе 4, продемонстрировали бы: шансы того, что вы получите результат 60% (3 человека) поддержки мэра, равны всего 1 из 3.

*Всего 1 из 3?* Разве истинное процентное количество сторонников мэра не должно быть наиболее вероятным исходом в случае выборочного опроса голосующих? На самом деле 1 из 3 и есть самый вероятный исход: шансы найти 0, 1, 2, 4 или 5 сторонников ниже, чем шансы найти 3. Тем не менее 3 сторонника едва ли найдутся: существует так много нерепрезентативных возможностей, что их суммированные шансы становятся в два раза больше шансов того, что ваш опрос точно отражает настроение населения. Таким образом, при опросе 5 голосующих в 2 случаях из 3 вы получите

«неверное» процентное количество. В действительности, примерно в 1 случае из 10 вы обнаружите, что все голосующие, которых вы опросили, соглашаются либо с тем, что мэр им симпатичен, либо с тем, что он им не симпатичен. Так что если вы отнеслись к выборке из 5 человек серьезно, вы наверняка либо сильно переоценили, либо сильно недооценили истинную популярность мэра у населения.

Превратное представление – или ошибочное интуитивное чутье – относительно того, что небольшая выборка точно отразит неявные вероятности, настолько распространено, что Канеман и Тверский дали ему название: закон малых чисел<sup>[18]</sup>. На самом деле закон малых чисел – вовсе не закон. Это ироничное название, описывающее ошибочную попытку применить закон больших чисел в том случае, когда на самом деле числа не являются большими.

Если применить не являющийся истинным закон малых чисел только к ситуациям с сосудами, последствия будут невелики, однако, как мы уже говорили, многие события в жизни подпадают под определение процесса Бернулли, так что интуиция часто приводит нас к неправильному истолкованию того, свидетелями чему мы являемся. Вот почему, как я уже писал в главе 1, когда на глазах у людей Шерри Лансинг и Марк Кантон более или менее успешно управляют бизнесом в течение нескольких лет подряд, напрашивается вывод: предшествующий опыт этих управленцев точно предсказывает качество их работы в последующие годы.

Давайте на основе этих идей рассмотрим пример, о котором я коротко упомянул в главе 4: ситуация, в которой две компании или два сотрудника, работающие в одной фирме, соперничают между собой, при этом практически ни в чем не уступая друг другу. Вспомните о генеральных директорах 500 крупнейших

мировых компаний, вошедших в рейтинг журнала «Форчун». Предположим, что каждый из генеральных директоров, имея некоторые знания и умения, обладает определенной вероятностью успеха в каждом году (как бы при этом в их компаниях этот успех ни определяли). Простоты ради предположим, что для этих генеральных директоров удачные годы случаются с такой же периодичностью, что и в примерах с белыми голышами и сторонниками мэра: 60%. (В данном случае чуть большее или чуть меньшее значение числа не оказывает влияния на основную идею.) Означает ли это, что в пределах пятилетнего периода мы можем ожидать от генерального директора успехов в управлении компанией в течение именно трех лет?

Нет. Как показал предыдущий анализ, даже если генеральные директора все поголовно будут обладать стабильным показателем успеха в 60%, шансы, что в течение заданного пятилетнего периода деятельность конкретного генерального директора отразит это, равны всего 1 к 3! В приложении к 500 компаниям это означало бы, что за последние пять лет около 333 генеральных директоров продемонстрировали уровень деятельности, не отражавший их реальные способности. Более того, следует ожидать, что совершенно случайно примерно 1 из 10 генеральных директоров продемонстрирует успех или же неудачу все пять лет подряд. О чем это говорит? Надежнее судить о людях, основываясь на анализе их способностей, нежели на цифровых показателях. Или же, как выразился Бернулли, «не стоит оценивать людские деяния исходя из результатов»<sup>[19]</sup>.

Чтобы возражать против закона малых чисел, нужно обладать твердым характером. Потому как каждый может откинуться на спинку кресла и тыкать в итоговую строку отчета в качестве доказательства.

Реальная же оценка знаний человека и его истинных навыков требует доверия, размышлений, верных суждений и, собственно, мужества. Сидя на собрании среди коллег, вы не можете вот так вот запросто встать и заявить: «Не увольняйте ее. Просто она оказалась не на том конце ряда Бернулли». И вряд ли вы завоюете друзей, если выскажетесь о самодовольном типе, умудрившемся продать «тойот» больше всех за всю историю существования автомобильных дилеров, в том духе, что, мол. «это все случайная флуктуация». Согласитесь, происходит такое нечасто. Успешные годы руководителей приписываются их исключительным способностям, объясняются дальновидностью. Когда же успеха не наблюдается, мы зачастую предполагаем, что неудачи точно отражают ту самую пропорцию, в которой таланты человека и его способности заполняют сосуд.

Еще одно ошибочное понятие, связанное с законом больших чисел, состоит в следующем: событие произойдет с большей или меньшей вероятностью по той причине, что за последнее время оно происходило или не происходило. Представление о том, что шансы на событие с постоянной вероятностью возрастают или снижаются в зависимости от того, имело ли событие место в недавнем прошлом, называется заблуждением игрока. Предположим, Керрич подбрасывает монету, выпадает 44 орла на 100 бросков, но ведь монета не будет стремиться к решкам, чтобы сравнять их с орлами. Вот что лежит в основе таких идей, как «удача отвернулась от нее» и «ему везет». Так не бывает. Если на то пошло, полоса везения долго не продлится, а вот полоса невезения, к сожалению, совсем не означает скорого возвращения удачи. И все же заблуждение игрока затрагивает гораздо больший круг людей, чем может показаться, даже если и не на уровне сознательном, то на подсознательном уж точно. Люди ждут, что

неудача сменяется удачей, либо беспокоятся, что за везением обязательно последует невезение.

Помнится, несколько лет назад во время кризиса я наблюдал за одним энергичным толстяком, который в поте лица совал и совал доллары в прорезь игрального автомата – машина едва успевала заглатывать банкноты. Его спутник заметил, что я смотрю на толстяка, и произнес всего два слова: «Ему везет». Хотя меня так и подмывало ответить, что вовсе даже ему и не везет, я пошел дальше. Сделав всего несколько шагов, я замер: вдруг замигали лампочки и что-то зазвенело, причем этот звон вовсе не походил на мелодичные трели, которые раздавались из автомата тех двоих. Затем я услышал звук быстро высыпавшихся монет, которые, как мне показалось, сыпались не одну минуту – они резво вылетали из игрового автомата. Теперь я знаю, что современные игральные автоматы запрограммированы, выигрыш зависит от генератора случайных чисел, который и по закону, и по своим настройкам действительно должен генерировать, как трубят об этом в рекламе, случайные числа, так что каждый нажим на ручку игрового автомата не зависит от всех предыдущих. И все же... Скажу только, что заблуждение игрока – большая иллюзия.



Рукопись, в которой Бернулли изложил свою «золотую теорему», вдруг обрывается, хотя выше автор и обещает написать приложение, в котором будут примеры юридического и экономического характера. Похоже, «Бернулли вдруг бросил все, когда увидел число 25.550», написал историк статистики Стивен Штиглер<sup>[20]</sup>. На самом же деле рукопись Бернулли уже была в печати, когда в августе 1705 г. он умер «от бруцеллеза», дожив

до пятидесяти лет. Издатели обратились к Иоганну Бернулли с просьбой закончить рукопись, но Иоганн сказался занятым. Это может выглядеть странным, однако странностей в семействе Бернулли хватало. Если бы пришлось выбрать из всех когда-либо живших математиков человека самого неприятного, можно было бы смело назвать Иоганна Бернулли. В исторических текстах его неоднократно изображали завистливым, тщеславным, обидчивым, упрямым, раздражительным, хвастливым, нечестным, да к тому же еще и изощренным лжецом. Он многого добился в математике, однако известен также и тем, что выгнал своего сына Даниила из Академии наук, когда тот получил награду, за которую боролся сам. А еще тем, что попытался украсть идеи как своего брата, так и Лейбница, что приписал работу по гидродинамике сына Даниила себе, после чего подделал дату публикации, дабы получилось так, будто его печатный труд вышел раньше.

К тому времени, как его попросили завершить труд умершего брата, он уже некоторое время работал в Базеле, переехав из Гронингенского университета в Нидерландах и занимая место профессора не математики, а древнегреческого. Якобу такие перемены в карьере брата показались подозрительными, особенно потому, что по его представлениям Иоганн древнегреческого не знал. Якоб написал Лейбницу о своих подозрениях: Иоганн якобы приехал в Базель, чтобы занять его, Якоба, место. Так оно и случилось: после смерти брата Иоганн получил его место.

Большую часть своей сознательной жизни Иоганн и Якоб не ладили. В своих математических публикациях и письмах они то и дело обменивались оскорбительными выпадами; по отзывам одного из математиков, их переписка «изобиловала такими выражениями, которыми обычно поносят конокрадов»<sup>[21]</sup>. Таким образом,



когда возникла необходимость отредактировать рукопись Якоба посмертно, просьба эта спускалась все ниже и ниже по «цепи питания» и дошла до племянника Якоба, Николаса, сына другого брата, которого тоже звали Николасом. Николасу-младшему в то время исполнилось всего восемнадцать, однако он был одним из учеников Якоба. К сожалению, Николас не был уверен, что справится с задачей, возможно, отчасти потому, что знал о несогласии Лейбница с идеями дяди в отношении применения теории. Поэтому рукопись отлеживалась восемь лет. Наконец, в 1713 г. она была опубликована под названием «Ars coniectandi», или «Искусство предположений». Как и «Мысли» Паскаля, она до сих пор переиздается.

Якоб Бернулли продемонстрировал: с помощью математического анализа можно понять, как неявные вероятности, лежащие в основе естественных систем, отражаются в данных, которые эти системы производят. Что же до вопроса, на который Бернулли не ответил – вопроса о том, как выяснить, основываясь на полученных данных, неявные вероятности событий, – то ответ на него будет найден лишь спустя десятилетия.

## ЛОЖНАЯ ПОЛОЖИТЕЛЬНОСТЬ И ПОЛОЖИТЕЛЬНАЯ ЛОЖНОСТЬ

Случай этот произошел в 1970-х: как-то на занятия к профессору, преподававшему психологию в Гарварде, пришел один странного вида студент средних лет. После первых лекций студент счел нужным объяснить, зачем он записался на курс<sup>[1]</sup>. В моей преподавательской практике были случаи, когда особо воспитанные студенты объясняли, почему бросают курс, однако ни один студент не потрудился сказать, почему он решил ходить ко мне. Наверно поэтому я в мечтах представляю, как студент подходит и говорит: «Меня очень заинтересовал ваш предмет, вы замечательно читаете лекции». Однако у того студента причины были иными. Ему нужна была помощь, так как с ним происходило нечто странное. Жена сказала ему то, о чем он в тот момент как раз думал; в результате она с ним разводится. Коллега по работе во время дружеской посиделки в баре вскользь упомянул о сокращении, и через два дня наш студент пополнил ряды безработных. Он признался: за последнее время с ним не раз и не два случались подобного рода несчастья и, как он назвал их, вызывающие тревогу совпадения.

Поначалу все эти происшествия лишь сбили его с толку. Затем он, как и большинство из нас на его месте,

придумал себе некое объяснение с точки зрения общемирового порядка. Которое, однако, резко отличалась от всего того, что наверняка пришло бы в голову каждому из нас: он решил, что участвует в строго засекреченном научном эксперименте. Что эксперимент ставится большой группой ученых под началом известного психолога Б.Ф. Скиннера. И что когда эксперимент закончится, он, участник, прославится, и его назначат на высокий государственный пост. Вот почему, сказал студент, он записался на курс. Он хотел узнать: как, основываясь на множестве накопившихся к тому времени доказательств, проверить свое предположение.

Спустя некоторое время, когда курс лекций был прочитан, студент снова подошел к профессору. И сообщил, что эксперимент продолжается; он же теперь судится со своим бывшим работодателем, который нашел психиатра, готового засвидетельствовать паранойю бывшего работника.

Одной из навязчивых, по мнению психиатра, идей был якобы выдуманный священник из восемнадцатого века, на реальности существования которого настаивал бывший работник. В частности, психиатр высмеивал утверждение, будто этот священник, увлекаясь на досуге математикой, изобрел причудливую теорию вероятностей. Автор идеи утверждал, что священника звали Томас Байес. А теория его описывала следующее: каким образом можно оценить вероятность того, что некое событие произойдет, если произойдет некое другое событие. Каковы шансы того, что этот студент станет объектом скрытых наблюдений психологов? Следует признать, они невелики. Но что, если чья-то жена высказывает вслух тайные мысли мужа, а коллега за кружкой пива в непринужденной обстановке мимоходом предсказывает увольнение? Студент уверял, что теория Байеса продемонстрировала, каким образом необходимо изменить

первоначальные подсчеты в свете новых доказательств. И во время суда студент вывалил на судей мешанину из формул и вычислений, подкреплявших его гипотезу, делая вывод о том, что дополнительные доказательства подтверждают: в 999 999 из 1 000 000 его предположения о тайном эксперименте верны. Психиатр со стороны работодателя утверждал, что и священник с математическими наклонностями, и теория – плоды воспаленного воображения бывшего работника.

Студент попросил профессора помочь с опровержением этого утверждения. Профессор согласился. И у него были на то веские причины, потому как Томас Байес, родившийся в Лондоне в 1701 г., действительно был священником, имевшим приход в Танбридж-Уэлс. Байес умер в 1761 г и был похоронен на территории лондонского парка Банхилл-Филдс, в той же самой могиле, что и его отец Джошуа, также служитель церкви. Томас Байес в самом деле изобрел теорию «условных вероятностей», чтобы доказать, что теория вероятностей может распространяться не только на независимые события, но и на события, чьи исходы зависят друг от друга. Например, и вероятность того, что случайно выбранный человек окажется психически больным, и вероятность того, что случайно выбранный человек утверждает, будто жена читает его мысли, весьма низки, однако вероятность того, что человек психически болен, *если* он утверждает, будто жена читает его мысли, уже гораздо выше, как и вероятность того, что человек утверждает, будто жена читает его мысли, *если* при этом он психически болен. Как все эти вероятности связаны между собой? Ответ следует искать в области условных вероятностей.

Профессор дал показание под присягой: подтвердил реальное существование Байеса и его теории, хотя и не высказался в поддержку специфических

и сомнительных вычислений, которые, как утверждал теперь уже бывший студент, доказывали его вменяемость. Жалость вызывает не сам шизофреник, человек уже немолодой, а команда врачей и юристов, которую сколотило обвинение. Печален тот факт, что некоторые люди больны шизофренией, но хотя лекарства и могут помочь в излечении болезни, они не в силах побороть невежество. Как мы дальше убедимся, неосведомленность об идеях Томаса Байеса лежит в основе многих серьезных ошибок, будто то медицинские диагнозы или судебные решения. Во время же обучения будущих врачей и юристов с невежеством этим редко когда борются.

И в наши дни мы выносим суждения согласно теории Байеса. В одном фильме рассказывается об адвокате, у которого была замечательная работа, очаровательная жена, идеальная семья. Он любил жену и дочь, но ощущал в своей жизни некую пустоту. Однажды вечером он возвращается на трамвае домой и замечает красивую женщину – она с задумчивым видом смотрит из окна танцевальной студии. Проезжая на следующий день и через день, он ищет ее взглядом, с каждым разом все больше подпадая под ее чары. Наконец в один из вечеров он поддается порыву: сходит с электрички и записывается на танцевальные занятия в студию, надеясь увидеть ту женщину. Однако когда видит ее вблизи, чарующий образ, который преследовал его в воображении, улетучивается. Тем не менее он увлекается, однако не той женщиной, а танцами.

Свое увлечение он скрывает и от семьи, и от коллег по работе, выдумывая разные предлоги, чтобы вечером ускользнуть из дому. Наконец жена узнает, что он вовсе не засиживается за работой допоздна, как он говорит. Она думает: вероятность того, что он лжет о сверхурочной работе, гораздо больше при условии, что у него

любовная связь, нежели при условии, что никакой любовной связи нет. И приходит к выводу: он все-таки лжет. Однако жена ошибается не столько в своих выводах, сколько в рассуждениях: она путает вероятность того, что муж избегает ее, *если* у него связь, с вероятностью того, что у него связь, *если* он ее избегает.

Это довольно распространенная ошибка. Предположим, начальник стал отвечать на ваши электронные письма с запозданием. Многие сочтут это знаком скорого заката собственной карьеры, потому что *если* вашей карьере подходит конец, велика вероятность того, что босс перестает отвечать на ваши письма оперативно. Однако босс может запаздывать с ответом и потому, что занят или у него заболела мать. Так что вероятность того, что ваша карьера подходит к концу, *если* начальник отвечает на ваши письма не сразу, гораздо ниже, чем вероятность того, что ваш начальник станет отвечать на письма с задержкой, *если* вас ждет увольнение. Своей привлекательностью многие теории тайных сговоров обязаны неправильному пониманию вышеприведенных логических выкладок. То есть все дело в путанице: вероятность того, что ряд событий произойдет, *если* события эти являются результатом тайного сговора, путают с вероятностью того, что тайный сговор существует, *если* имеет место ряд событий.

На вероятность влияет тот факт, что событие произойдет, *если* или *при условии*, что произойдут другие события. В этом и заключается теория Байеса. Чтобы понять принцип ее действия, обратимся к другой задаче, которая имеет отношение к задаче о двух дочерях из главы 3. Предположим, что у двоюродной сестры двое детей. По условию задачи о двух дочерях вам известно, что один ребенок или оба – девочки, и вы пытаетесь вспомнить, как же оно на самом деле: одна девочка или две? Если в семье двое

детей, какова вероятность (при условии, что один ребенок – девочка) того, что оба ребенка – девочки? В главе 3 мы не подходили к задаче с такой стороны, однако это «если» переводит задачу в плоскость условных вероятностей. Если бы это «если» отсутствовало, вероятность того, что оба ребенка – девочки, была бы равна 1 из 4 случаев, то есть 4 вариантов очередности рождения (мальчик, мальчик), (мальчик, девочка), (девочка, мальчик), (девочка, девочка). Однако дополнительные сведения о том, что в семье одна девочка точно есть, сводит вероятность к 1 из 3. И это потому, что если один из детей – девочка, для этой семьи существуют всего 3 возможных варианта – (мальчик, девочка), (девочка, мальчик), (девочка, девочка), и лишь 1 из 3 соответствует исходу, при котором оба ребенка – девочки. Возможно, это простейший способ понять идеи Байеса – все дело исключительно в подсчетах. Сначала надо обозначить пространство элементарных событий, то есть сделать список всех возможностей, а вместе с ними и их вероятностей, если они не равны (вообще-то способ хорош для решения любой запутанной задачи на тему вероятностей). Далее надо вычеркнуть те возможности, которые исключаются условиями (в данном случае условие: «хотя бы один ребенок – девочка»). В остатке: возможности и соответствующие им вероятности.

Возможно, все это покажется очевидным. Ничуть не усомнившись в своих силах, вы решите, что могли бы додуматься до этого и без помощи дражайшего преподавателя Байеса, после чего дадите себе слово, что когда уединитесь в уборной в следующий раз, захватите почитать какую-нибудь другую книжку. Поэтому прежде чем мы продолжим, рассмотрим несколько измененную задачу про двух дочерей – ее решение может оказаться гораздо более неожиданным<sup>[2]</sup>.

Вариант таков. В семье двое детей; какова вероятность того, что если один из детей – девочка по имени Флорида, то и другой ребенок тоже девочка? Да, вам не показалось: я назвал девочку Флоридой. Может, вы и подумаете на имя, что оно выбрано наугад, на самом деле это не так – кроме того, что оно обозначает название штата, где полно кубинских иммигрантов, апельсинов и пожилых людей, которые меняют свое просторное жилье в северной части страны на радость обозревать пальмы и играть в бинго, это еще и настоящее имя. В самом деле, оно входит в 1.000 самых популярных женских имен за первые тридцать лет прошлого века в Америке. Я выбрал его совсем неспроста, потому что часть загадки заключается в вопросе: есть ли что-то в имени Флорида, что влияет на вероятность, и если есть, то что? Однако я забегаю вперед. Прежде чем мы продолжим, обдумайте такой вопрос: если брать задачу с девочкой по имени Флорида, остаются ли шансы на семью из двух девочек такими же: 1 из 3 (как в задаче с двумя дочерьми)?

Ответ отрицательный, и я вкратце объясню, почему. Тот факт, что одну из девочек зовут Флорида, меняет шансы на 1 из 2. Может, вам сложно представить такое, однако не стоит переживать по этому поводу. Ключ к пониманию случайности, да и вообще математики заключается не в том, чтобы решить любую задачу мгновенно на интуитивном уровне, а воспользоваться соответствующими средствами и вычислить ответ.



Те, кто сомневался в существовании Байеса, были правы в одном: Байес не опубликовал ни одного научного труда. О его жизни нам известно немного, возможно, он занимался математикой в свое удовольствие



и не испытывал потребности в собеседниках. В этом отношении и в некоторых других они с Якобом Бернулли были полными противоположностями. Бернулли сопротивлялся изучению богословия, а Байес совмещал теологию и математику. Бернулли гнался за славой, а Байеса она совершенно не привлекала. И, наконец, теорема Бернулли решает следующий вопрос: сколько получится орлов, если планируется произвести много бросков идеальной монеты, в то время как Байес исследовал первоначальную цель Бернулли – вопрос о том, насколько можно быть уверенным в том, что монета идеальна, если выпадает определенное число орлов.

Существование теории, благодаря которой Байес нам и известен, обнаружилось 23 декабря 1763 г., когда другой священнослужитель и математик, Ричард Прайс, прочел в Королевском обществе, этой британской национальной академии наук, доклад по научной работе. Работа, названная Байесом «Эссе о решении проблем в теории случайных событий», была опубликована в «Philosophical Transactions» Королевского общества в 1764 г. Байес оставил работу Прайсу по завещанию, вместе со 100 фунтами. По свидетельству Прайса, этого «как я полагаю, священника из Ньюингтон Грин», как высказался о нем Байес, автор «Эссе» умер спустя четыре месяца после того, как написал завещание<sup>[3]</sup>.

Хотя Байес и упомянул Ричарда Прайса вскользь, мимоходом, на самом деле Прайс отнюдь не был никому не известным священником. Его знали как пропагандиста свободы вероисповедания, друга Бенджамина Франклина, человека, которому Адам Смит доверил критический обзор некоторых частей чернового варианта «Исследования о природе и причинах богатства народов». Кроме всего прочего, Ричард Прайс был известным математиком. В заслугу ему ставят также

основание страховой статистики, история которой началась с того, что в 1765 г. трое служащих из страховой компании «Equitable Society» обратились к Прайсу за помощью. Спустя шесть лет Прайс опубликовал свою работу в виде книги под названием «Заметки о страховых выплатах». И хотя книга, своего рода Библия для экспертов-статистиков из страховых учреждений, прослужила вплоть до XIX в., Прайс по-видимому недооценил среднюю продолжительность жизни – из-за недостаточности сведений и ненадежного метода подсчетов. В результате неоправданно завышенные страховые взносы обогатили его приятелей из «Equitable Society». С другой стороны, незадачливое британское правительство, производившее свои ежегодные выплаты исходя из таблиц Прайса, потерпело убытки: к ожидаемому по табличным данным сроку пенсионеры по-прежнему оставались в добром здравии.

Как я уже говорил, Байес разработал условную вероятность в попытке ответить на тот же вопрос, который увлек Бернулли: как по известному факту события вычислить вероятность того, что оно было вызвано данной причиной? *Если* в процессе клинических испытаний лекарство помогло 45 пациентам из 60, каковы шансы того, что лекарство подействует и на следующего пациента? *Если* оно помогло 600 000 пациентов из 1 млн, шансы того, что оно подействует, приближаются к 60%. Однако к какому выводу вы придете, если будете исходить из испытаний меньшего масштаба? Байес задался и другим вопросом: если перед испытаниями у вас были основания верить в то, что лекарство эффективно лишь на 50%, насколько весомыми окажутся новые сведения для ваших дальнейших оценок? Наш жизненный опыт в основном выглядит следующим образом: мы наблюдаем сравнительно небольшую выборку исходов, а уже из этого выводим информацию

и приходим к заключению относительно качеств, которые привели к подобным исходам. Как нам следует выводить информацию?

Байес задумал решить задачу через метафору<sup>[4]</sup>. Предположим, нам выдали квадратный стол и два мяча. Первый мяч мы катим по столу таким образом, чтобы имели место равные вероятности: мяч остановится в любой точке. Наша цель – определить, не глядя, где именно вдоль всей оси слева направо мяч остановился. При этом наше орудие – второй мяч, который мы поначалу тоже будем неоднократно катать по столу тем же самым образом, что и первый. С каждым разом специально поставленный для этого человек будет записывать, где именно, справа или слева от первого мяча, остановился второй мяч. В конце человек сообщит нам общее количество попыток, во время которых второй мяч останавливался в каждом из двух основных направлений. Первый мяч представляет собой то неизвестное, о чем мы хотели узнать, второй мяч представляет собой свидетельства, которые нам удалось собрать. Если второй мяч будет раз за разом останавливаться справа от первого мяча, можно быть в достаточной степени уверенным, что первый мяч останавливается в дальнем левом углу стола. Если он останавливается – не так последовательно, раз за разом – мы будем в меньшей степени уверенными в своем выводе или же предположим, что первый мяч находится в дальнем правом углу. Байес продемонстрировал, как, опираясь на сведения о втором мяче, определять точную вероятность того, что первый мяч находится в любой данной точке рядом с осью слева направо. И продемонстрировал, как при наличии дополнительных сведений можно пересмотреть первоначальные подсчеты. Согласно терминологии Байеса, первоначальные подсчеты называются

априорной вероятностью, а новые предположения – апостериорной вероятностью.

Байес затеял эту игру по той простой причине, что она моделирует многие решения, которые мы принимаем в жизни. В примере с испытаниями лекарства положение первого мяча представляет собой истинную эффективность лекарства, а то, что говорится о втором мяче, представляет собой информацию о пациенте. Положение первого мяча может также обозначать интерес к фильму, качество изделия, умение водить машину, усердную работу, упрямство, талант, способность – да что угодно, что определяет успех либо неудачу того или иного предприятия. Сообщения о втором мяче в таком случае обозначали бы наши наблюдения либо полученные нами данные. Теория Байеса демонстрирует, как производить оценку и согласовывать ее при наличии новой информации.

В наше время байесовский анализ широко применяется и в науке, и на производстве. К примеру, в модели, с помощью которых рассчитываются страховые тарифы для автомобилей, заложена математическая функция, описывающая в единицах времени за рулем вероятность для вас лично попасть в аварию однажды, не один раз, ни одного раза. В нашем случае достаточно рассмотреть упрощенную модель, согласно которой все водители распределяются на две категории: высокого риска, к которой относятся водители, в среднем попадающие в одну аварию в год, и малого риска, к которой относятся водители, в среднем попадающие в менее чем одну аварию в год. Допустим, в момент обращения за страховкой вы предоставляете данные, согласно которым проехали без единой аварии аж двадцать лет, либо предоставляете данные, согласно которым за двадцать лет побывали в тридцати семи авариях. Страховая компания четко определит для себя,

к какой категории вас отнести. Однако если вы сели за руль недавно, к какой категории вас отнести: малого риска (водитель не превышает скорость и не употребляет ни капли спиртного за рулем) или высокого риска (водитель гонит по шоссе, отхлебывая из уже полупустой бутылки вина)? У страховой компании нет на вас никаких данных – ни малейшего представления о «положении первого мяча», – поэтому вас могут отнести с равной априорной вероятностью и к той, и к другой категории, либо, на основании известных данных о начинающих водителях, сразу приписать к категории высокого риска, скажем, 1 к 3. В таком случае компания применит к вам смешанную оценку – одна треть высокого риска и две трети малого риска – и возьмет с вас одну треть платы, которую берет с водителей категории высокого риска, и две трети платы, которую берет с водителей категории малого риска. Далее после года наблюдений – то есть, после броска одного из вторых байесовских мячей, – компания будет располагать другими данными, чтобы переоценить модель, привести в соответствие ранее рассчитанные пропорции в одну треть и две трети и определить новую ставку. Если у вас не было ни одной аварии, соотношение малого риска и следовательно низкого тарифа возрастет; если у вас произошло две аварии, соотношение снизится. Точные размеры соответствия даются теорией Байеса. Таким же образом страховая компания может периодически приводить в соответствие свои оценки в последующие годы, отражая факт того, что у вас не было аварии или же вы дважды попали в аварию, когда ехали по улице с односторонним движением не в ту сторону, да еще одной рукой прижимали к уху мобильный телефон, а в другой держали пончик. Вот почему страховые компании могут назначать скидки так называемым «примерным водителям»: отсутствие аварий повышает

апостериорную вероятность того, что водитель входит в категорию малого риска.

Очевидно, что многие детали байесовской теории довольно сложны. Но как я уже говорил, во время анализа задачи про двух дочерей я использовал новые данные для «урезания» пространства элементарных событий и соответственной выверки вероятностей. В задаче с двумя дочерьми пространство элементарных событий изначально было таким: (мальчик, мальчик), (мальчик, девочка), (девочка, мальчик), (девочка, девочка), однако оно сокращается до следующих параметров: (мальчик, девочка), (девочка, мальчик), (девочка, девочка), если вы узнаете, что один из детей – девочка, что шансы на семью из двух девочек составляют 1 из 3. Попробуем применить эту несложную стратегию и посмотрим, что выйдет при условии, если вам станет известно следующее: один из детей – девочка по имени Флорида.

В задаче про девочку по имени Флорида нас интересует помимо пола детей еще и имя, поскольку речь о девочках. Наше первоначальное пространство элементарных событий должно включать в себя все вероятности, поэтому список содержит и пол, и имя. Обозначим девочку по имени Флорида как «девочка Ф», а девочку по имени не Флорида как «девочка не Ф». Обозначим пространство элементарных событий: (мальчик, мальчик), (мальчик, девочка Ф.), (мальчик, девочка не Ф.), (девочка Ф., мальчик), (девочка не Ф., мальчик), (девочка не Ф., девочка Ф.), (девочка Ф., девочка не Ф.), (девочка не Ф., девочка не Ф.), (девочка Ф., девочка Ф.).

Ну а теперь «урежем». Так как нам известно, что один из детей – девочка по имени Флорида, можно сократить пространство элементарных событий: (мальчик, девочка Ф.), (девочка Ф., мальчик), (девочка не Ф.,

девочка Ф.), (девочка Ф., девочка Ф.). Теперь видно, чем еще эта задача отличается от задачи про двух дочерей. Поскольку утверждения, что девочку зовут Флорида и девочку зовут не Флорида, нельзя назвать равновероятными, не являются таковыми и все элементы пространства элементарных событий.

В 1935, последнем году, за который Управление социальным обеспечением предоставило статистику в отношении имени, около 1 из 30.000 девочек были наречены именем Флорида<sup>[5]</sup>. Поскольку имя становилось все менее популярным, предположим, что сегодня вероятность появления девочки по имени Флорида равна 1 из 1 млн. Это значит следующее: если нам станет известно, что определенную из двух девочек зовут не Флорида, ничего страшного, однако если мы узнаем, что ее зовут Флорида, можно сказать, что мы попали в точку. Вероятность того, что обеих девочек назовут именем Флорида (даже если мы проигнорируем тот факт, что обычно родители избегают давать детям одинаковые имена), настолько мала, что можно спокойно ею пренебречь. Итак, вот что у нас остается: (мальчик, девочка Ф.), (девочка Ф., мальчик), (девочка не Ф., девочка Ф.), (девочка Ф., девочка не Ф.). Все эти события в весьма хорошем приближении равновозможны.

Поскольку 2 из 4, то есть половина элементов пространства элементарных событий являются семьями с двумя девочками, ответом не может быть 1 из 3 – как это было в задаче с двумя дочерьми, – ответом является 1 из 2. Все дело в дополнительной информации – осведомленности насчет имени девочки.

Если вы по-прежнему теряетесь в догадках, то можно представить себе следующее: в очень-очень большой комнате мы собираем 75 млн семей с двумя детьми, из которых хотя бы один ребенок – девочка. Как нам стало известно из задачи с двумя дочерьми,

в комнате окажется около 25 млн семей с двумя девочками и 50 млн семей с одной девочкой (25 млн семей, в которых девочка является старшим ребенком, и столько же семей, в которых девочка является младшим ребенком). Далее «урезаем»: просим остаться в комнате только те семьи, в которых есть девочки по имени Флорида. Поскольку Флорида – 1 имя на 1 млн имен, останутся около 50 из 50 млн семей с одной девочкой. А из 25 млн семей с двумя девочками 50 тоже останутся: 25 потому, что их первый ребенок назван по имени Флорида, другие 25 потому, что их младшая дочь названа Флоридой. В этом примере всех девочек можно представить как лотерейные билеты; в таком случае девочки по имени Флорида станут выигранными билетами. И хотя семей, в которых один из двух детей – девочка, в два раза больше, чем семей, в которых оба ребенка – девочки, семьи с двумя девочками обладают двумя лотерейными билетами, поэтому среди выигравших будет примерно одинаковое соотношение семей с одной девочкой и семей с двумя девочками.

В теории я расписал задачу про девочку по имени Флорида уж очень подробно, до такой степени, что иногда из-за этого моего пристрастия к деталям меня не приглашают на свои дружеские посиделки соседи. Но я поступил так не потому, что ожидал от вас того же самого, что и от своих соседей. Дело в том, что контекст прост, а аналогичный ход рассуждений прояснит многие ситуации, реальные для нашей повседневной жизни. Давайте поговорим о них.



Лично я наиболее яркими воспоминаниями, связанными с преподобным Байесом, обязан одной из пятниц 1989 г.: в тот день позвонил лечащий врач



и сообщил, что жить мне осталось от силы лет десять, причем вероятность этого прогноза равна 999 из 1 000. Он еще прибавил: «Мне действительно очень жаль», как будто у него бывали пациенты, которым он говорил о своем сожалении, но на самом деле ничего подобного к ним не испытывал. Далее врач ответил на кое-какие вопросы относительно протекания болезни, после чего повесил трубку: видимо, торопился сообщить очередному пациенту крайне важную для того новость. Тяжело говорить, даже вспоминать о том, что я пережил за субботу и воскресенье, скажу только, что ни в какой Диснейленд я не поехал. Но раз мне был вынесен смертный приговор, почему я все еще жив, почему сижу и пишу об этом?

А началось все с того, что мы с женой решили застраховаться. В заявлении говорилось, что мы должны предоставить результаты анализа крови. Через неделю-две нам отказали в страховании. Крайне экономная страховая компания выслала нам два коротеньких извещения, которые были одинаковы, только текст в извещении на имя жены оказался на одно слово длиннее, чем текст в извещении на мое имя. В моем извещении говорилось, что компания отказывает мне в страховании на основании «результатов Вашего анализа крови». В извещении для моей жены говорилось, что компания не может застраховать ее жизнь на основании «результатов анализа крови Вашего мужа». Когда выяснилось, что в этом самом слове, «муж», и кроется разгадка того, почему добросердечные страховщики отказывают нам в страховании, я, действуя интуитивно, пошел к врачу и сдал анализ на ВИЧ. Результаты оказались положительными. И хотя я поначалу был слишком потрясен, чтобы поинтересоваться у врача о высказанной им вероятности, позднее мне стало известно, что он вычислил мой

1 из 1 000 шанс на жизнь из следующих статистических данных: лишь в 1 случае из 1 000 анализ на ВИЧ может дать положительный результат, пусть даже кровь при этом и не заражена вирусом СПИДа. Может показаться, что врач сказал то же самое, однако это не так. Врач перепутал вероятность того, что результаты моего анализа будут положительными, *если я не являюсь ВИЧ-инфицированным*, с вероятностью того, что я могу и не быть ВИЧ-инфицированным, даже *если* результаты моего анализа окажутся положительными.

Чтобы разобраться, где ошибся врач, прибегнем к методу Байеса. Первым делом очертим пространство элементарных событий. Можно включить в него всех, кто когда-либо сдавал анализы на ВИЧ, но мы получим более точные результаты, если примем во внимание некоторые дополнительные, имеющие непосредственное отношение к теме сведения обо мне: рассмотрим только гетеросексуальных, не принимающих наркотиков белых американцев мужского пола, которые сдавали анализы на ВИЧ. (Далее мы увидим, какое это имеет значение.)

Теперь, когда мы знаем, кого следует включить в пространство элементарных событий, распределим членов этого пространства по категориям. Вместо деления на мальчиков и девочек выберем деление на тех, кто у кого анализы оказались ВИЧ-положительными и кто ВИЧ-положителен (истинная положительность), тех, у кого анализы оказались положительными, но кто на самом деле не положителен (ложная положительность), тех, у кого анализы оказались ВИЧ-отрицательными и кто ВИЧ-отрицателен (истинная отрицательность), тех, у кого анализы оказались ВИЧ-отрицательными, но кто на самом деле ВИЧ-положителен (ложная отрицательность).

Наконец задаем вопрос: сколько людей в каждой из этих категорий? Предположим, мы рассматриваем изначально население из 10 000 человек. Пользуясь статистическими данными Центра по контролю и профилактике заболеваемости, подсчитаем, что в 1989 г. около 1 из 10 000 гетеросексуальных, не принимающих наркотиков белых американцев мужского пола, сдавших анализы, оказались ВИЧ-инфицированными<sup>[6]</sup>. Предположим, что в категории «ложная отрицательность» показатель равен 0, тогда около 1 человека из каждых 10 000 сдавших анализы окажется положительным из-за наличия инфекции. К тому же поскольку показатель «ложной отрицательности» равен, по словам врача, 1 из 1 000, наберется около 10 тех, кто не заражен ВИЧ, однако анализы которых тем не менее окажутся положительными. У остальных 9 989 человек из 10 000, составляющих пространство элементарных событий, результаты анализов окажутся отрицательными.

Теперь «урежем» пространство элементарных событий – включим в него только тех, результаты анализов которых оказались положительными. У нас останется 10 человек из категории «ложная положительность» и 1 человек из категории «истинная положительность». Другими словами, лишь 1 человек из 11, результаты анализов которых оказались положительными, действительно ВИЧ-инфицирован. Врач сказал мне: вероятность того, что в анализе ошибка – на самом деле я был совершенно здоров, – равна 1 из 1 000. А на самом деле ему следовало сказать следующим образом: «Не волнуйтесь, шансы на то, что вы на самом деле не инфицированы, выше 10 из 11». В моем случае на результаты пробы для выявления скрытой формы заболевания повлияли определенные метки, которые присутствовали в моей крови, хотя вирус, ради которого и брали пробу, отсутствовал.

При оценке любого диагностического испытания важно знать, каков показатель «ложной положительности». Например, анализ, который выявляет 99% всех злокачественных опухолей, производит сильное впечатление, однако я с легкостью могу придумать анализ, который выявляет 100% всех злокачественных опухолей. Для этого мне только и надо что находить у каждого осматриваемого пациента опухоль. Статистический показатель, отличающий мой анализ от действительно полезного, заключается в следующем: в результате моего анализа показатель «ложной положительности» окажется высоким. Однако вышеприведенный пример демонстрирует: осведомленности о показателе «ложной положительности» недостаточно для того, чтобы определить, полезен анализ или не полезен. Необходимо также знать, как показатель «ложной положительности» соотносится с истинной распространенностью заболевания. Если заболевание обычное, положительный результат будет гораздо более убедительным. Чтобы увидеть, как истинная распространенность связана с положительными результатами анализа, предположим, что я гомосексуалист, и результаты анализа у меня положительные. Предположим, что в сообществе гомосексуалистов вероятность заражения среди тех, кто сдал анализы в 1989 г., была около 1%. Что значит: среди результатов 10 000 анализов мы должны обнаружить не 1 (как ранее), а 100 «истинно положительных» вместе с 10 «ложно положительными». Таким образом, в данном случае вероятность того, что положительный результат означал мою инфицированность, должна была равняться 10 из 11. Вот почему при оценке результатов неплохо выяснить: относитесь вы к группе повышенного риска или нет.



Теория Байеса говорит о следующем: вероятность того, что А произойдет, если произойдет В, обычно отличается от вероятности того, что В произойдет, если А произойдет<sup>[7]</sup>. Что не принимается во внимание и является частой ошибкой среди врачей. Например, во время исследований в Германии и США терапевтов попросили подсчитать вероятность того, что не обнаруживающая симптомов рака женщина в возрасте между 40 и 50, чья маммограмма показывает рак, на самом деле больна раком груди, если при этом в 7% случаев маммограммы диагностируют рак, когда на самом деле его нет<sup>[8]</sup>. Кроме того, врачам сообщили, что в реальности частота возникновения заболевания равна примерно 0,8% и что «ложно отрицательные» результаты равны примерно 10%. Принимая все вышесказанное во внимание, можно с помощью метода Байеса определить, что «положительная» маммограмма диагностирует рак лишь примерно в 9% всех случаев. Однако в немецкой группе треть врачей пришли к выводу, что вероятность равна примерно 90%, а срединное значение оказалось равно 70%. В американской группе у 95 из 100 врачей вероятность оказалась равна примерно 75%.

Подобная же ситуация складывается и с проверкой спортсменов на допинг. Цифры, на которые часто ссылаются, на самом деле не соответствуют действительности, являясь относительным числом ложно положительных заключений. И дают искаженное представление о вероятности того, что спортсмен виноват в приеме допинга. Например, Мэри Дэжер Слэни, бегунья мирового класса и чемпионка 1983 г. в забегах на 1.500 и 3.000 м, пыталась снова вернуться в спорт, когда на отборочных соревнованиях в Атланте в 1996 г. ее обвинили в приеме

допинга – вещество попало в организм при употреблении тестостерона. После всевозможных обсуждений ассоциация (с 2001 г. официально именуемая Международной ассоциацией легкоатлетических федераций) вынесла решение: Слэни «была виновна в злоупотреблениях, связанных с приемом допинга», которое по сути дела поставило крест на ее спортивной карьере. Согласно некоторым свидетельским показаниям в деле Слэни, «относительное число ложно положительных заключений» применительно к анализу мочи спортсменки могло доходить до 1%. Видимо, поэтому многие легко согласились со следующим: вероятность вины спортсменки равна 99%. Однако мы уже убедились в том, что это неверно. Предположим, анализы сдали 1.000 спортсменов, 1 из 10 был признан виновным, а результаты анализа, выданные признанному виновным спортсмену, представляли собой 50% вероятность злоупотребления допингом. Далее из каждой 1.000 проверенных спортсменов 100 оказались бы виновными, а результаты анализов указали бы на 50 из этих 100. Тем временем из 900 невиновных спортсменов по результатам анализов выделились бы 9 человек. Таким образом, в действительности анализы на выявление допинга означали вовсе не то, что вероятность вины спортсменки равнялась 99%, скорее всего, цифра была:  $50/59 = 84,7\%$ . Другими словами, если иметь в виду свидетельства, у вас должна быть такая же степень уверенности в том, что Слэни виновна, как и в том, что если она подбросит кость, число 1 не выпадет. Это, конечно же, не исключает разумные основания для сомнения, но важно вот что: соответствующие заключения, основанные на масштабной проверке (90.000 спортсменов ежегодно сдают мочу на анализы), равносильны обвинению большого числа невиновных спортсменов<sup>[9]</sup>.

В сфере права такую ошибку перестановки двух элементов иногда называют «ошибкой обвинения», поскольку обвинитель часто прибегает к подобному типу ошибочного довода, подводя присяжных заседателей к обвинительному приговору подозреваемого, хотя доказательства и неубедительны. Например, рассмотрим имевшее место в Британии дело Салли Кларк<sup>[10]</sup>. Первый ребенок Кларк умер в возрасте 11 недель. Как было сказано, смерть ребенка наступила в результате синдрома внезапной смерти ребенка грудного возраста – этот диагноз ставится, когда ребенок умирает внезапно, а вскрытие не проясняет причины смерти. Кларк снова забеременела. Ее второй ребенок прожил 8 недель, а затем умер по той же причине – синдром внезапной смерти. После этого случая Кларк была арестована: ей предъявили обвинение в том, что она задушила обоих детей. Во время судебных слушаний обвинение вызвало в качестве эксперта педиатра, Роя Мидоу, который свидетельствовал: учитывая редкость синдрома, вероятность того, что оба ребенка умерли именно по этой причине, равны 73 млн к 1. Обвинитель не предъявил никакого другого существенного свидетельства против Кларк. Могло ли такое свидетельство эксперта оказаться достаточным для вынесения обвинительного приговора? Присяжные решили, что могло, и в ноябре 1999 г. Кларк посадили.

Мидоу подсчитал: вероятность того, что ребенок умрет от синдрома внезапной смерти, равна 1 из 8.543. Свою цифру – 73 млн к 1 – он получил путем умножения этих двух факторов, по одному на каждого ребенка. Однако согласно его подсчетам выходит, что смерти детей были независимы друг от друга – то есть, ни факторы окружающей среды, ни наследственность не играли роли, увеличивавшей риск заболевания второго ребенка синдромом, от которого умер первенец.

В действительности, в статье, опубликованной в «Бритиш медикал джорнел» через несколько недель после суда, вероятность того, что оба ребенка умрут в результате синдрома внезапной смерти, была определена как 2.75 млн к 1<sup>[11]</sup>. Но даже эта цифра слишком велика.

Чтобы понять, почему так получилось, что Салли Кларк посадили, нужно разобраться в ошибке перестановки двух элементов: мы пытаемся выяснить не вероятность того, что двое детей умрут в результате синдрома, а вероятность того, что двое умерших детей действительно умерли в результате синдрома. Спустя два года после заключения Кларк в тюрьму, Королевское общество статистиков рассмотрело ее дело и в сообщении для печати заявило: в своем решении присяжные «допустили серьезную логическую ошибку, именуемую „ошибкой обвинения“. Присяжные должны рассмотреть два разных объяснения детских смертей: от синдрома или же в результате умышленного убийства. И два смертельных исхода от синдрома, и два убийства в равной степени маловероятны, однако одно из двух все же случилось. В данном случае значение имеет относительное правдоподобие смертей..., а вовсе не то, насколько маловероятно ... [объяснение смертей синдромом внезапной смерти<sup>[12]</sup>]». Позднее математик подсчитал относительное правдоподобие того, что семья теряет двух детей в результате синдрома внезапной смерти или же умышленного убийства. И на основании имевшихся данных заключил: вероятность того, что двое младенцев умрут в результате синдрома, в 9 раз выше, нежели то, что они станут жертвами убийства<sup>[13]</sup>.

Семья Кларк подала на апелляцию, а в качестве экспертных свидетелей наняла собственных специалистов-статистиков. Апелляцию они проиграли, однако не сдались и решили добиваться врачебных разъяснений



относительно причины смертей. В результате открылось, что патологоанатом, привлеченный обвинением, утаил тот факт, что второй ребенок на момент смерти страдал от бактериальной инфекции, каковая и могла вызвать летальный исход. Основываясь на данном обстоятельстве, судья отменил обвинительный приговор – Салли Кларк, просидевшая в заключении почти три с половиной года, была освобождена.

Известный адвокат и профессор юридического факультета в Гарварде Алан Дершовиц также с успехом воспользовался «ошибкой обвинения» во время защиты О.Дж. Симпсона, обвинявшегося в убийстве своей бывшей жены, Николь Браун Симпсон, и ее спутника. Судебный процесс с участием Симпсона, бывшей футбольной знаменитости, был одним из самых громких событий в прессе за 1994-95 гг. У полиции имелось достаточно улик, свидетельствовавших против Симпсона. Одну перчатку, испачканную в крови, они нашли у него дома, другую обнаружили на месте преступления. Пятна крови, совпадающей по группе с кровью Николь, были найдены на перчатках, в его машине, на носках в его спальне, а также на подъездной аллее у дома и в самом доме. Более того, образцы ДНК крови, обнаруженной на месте преступления, совпали с образцами ДНК крови Симпсона. Защита была бессильна, она разве что обвинила полицейское управление Лос-Анджелеса в расизме (О. Дж. Симпсон – афроамериканец), а также нечестности и усомнилась в подлинности улики.

Обвинение решило напирать на склонность Симпсона к агрессии по отношению к Николь. Первые десять дней обвинители говорили о многочисленных случаях насилия и заявляли о том, что одно уже это является достаточным основанием, чтобы подозревать Симпсона в убийстве. Как они выразились, «начинается с пощечины, а заканчивается убийством»<sup>[14]</sup>. Защита

воспользовалась этой стратегией, усмотрев в ней двойные стандарты – адвокаты указали на то, что обвинение две недели пыталось сбить присяжных с толку, а свидетельства о том, что Симпсон раньше бил Николь, ничего не значат. Вот доводы Дершовица: в США 4 млн женщин ежегодно терпят побои от своих мужей и парней, и однако согласно общей сводке ФБР по преступлениям, совершенным в 1992 г., убитыми оказались в общей сложности 1 432 женщины, то есть 1 женщина из каждых 2 500<sup>[15]</sup>. Следовательно, возразила защита, очень немногие мужчины, поколачивающие своих жен, способны убить их. Верно? Да. Убедительно? Да. Имеет ли отношение к делу? Нет. Нас интересует не вероятность того, что мужчина, который бьет жену, пойдет так далеко, что убьет ее (1 из 2.500), а скорее вероятность того, что избитая и убитая жена была убита именно тем, кто ее избивал. Согласно сводке по совершенным в США преступлениям в 1992, а также 1993 г., вероятность, которую Дершовиц (или обвинение) должны были привести, звучала бы следующим образом: из всех избитых женщин, убитых в США в 1993 г., около 90% были убиты теми, кто их бил. Эти статистические данные во время судебного процесса обнародованы не были.

По мере того, как приближался час вынесения приговора, вдвое сократилось количество междугородних звонков, объем торгов на Нью-йоркской фондовой бирже упал на 40%, а около 100 млн человек включили телевизоры и радио, чтобы услышать: невиновен. Возможно, Дершовиц считал оправданной стратегию введения присяжных в заблуждение, потому как по его словам «клятва, произносимая в зале судебных заседаний – говорить правду, всю правду и ничего, кроме правды» касается только свидетелей. Адвокаты со стороны защиты, обвинения, а также судьи не дают этой клятвы... и конечно же, справедливо сказать, что

в основе американской судебной системы лежит принцип — *не говорить всю правду*»<sup>[16]</sup>.



Хотя условная вероятность произвела среди идей о теории случайности революцию, Томас Байес не был революционером, его работа, пусть даже и опубликованная в престижном издании «Philosophical Transactions» в 1764 г., осталась незамеченной. Пока другой человек, французский математик Пьер-Симон де Лаплас, не привлек внимание ученых к идеям Байеса: так мир узнал, как неразличимые на первый взгляд вероятности могут быть вычислены благодаря очевидным исходам.

Возможно, вы помните: «золотая теорема» Бернулли позволяет вычислить еще *до* самого эксперимента с подбрасыванием монет степень уверенности в том, что получится определенный исход (при условии, что монета идеальна, без изъянов). Возможно, вы также помните: теорема эта не скажет вам уже *после* проведенного вами эксперимента с монетой степень вероятности того, что монета была идеальной. Точно так же, если вам известно: вероятность того, что старик восьмидесяти пяти лет доживет до девяноста, равна 50/50, «золотая теорема» подсказывает вероятность того, что половина из стариков восьмидесяти пяти лет в группе из 1.000 человек умрет в течение ближайших пяти лет. Однако если половина людей в группе умрет в течение ближайших пяти лет уже после того, как им исполнится восемьдесят пять, теорема не ответит на вопрос: насколько вероятно, что неявные шансы на выживание для людей из этой группы равны 50/50. Или такой пример. Если Форд знает, что у 1 из 100 его машин неисправна трансмиссия, при помощи «золотой теоремы» можно узнать вероятность того, что в партии из 1.000

машин 10 или более трансмиссий будут неисправными, однако если Форд обнаружит 10 неисправных трансмиссий в выборке из 1.000 машин, данный факт не сообщит автомобильной компании вероятность того, что среднее арифметическое неисправных трансмиссий равно 1 из 100. В жизни наиболее частой из данных примеров оказывается вторая постановка задачи: вне ситуации, связанной с азартными играми, мы обычно не обладаем теоретическими знаниями шансов, скорее нам придется вычислять их, основываясь на серии наблюдений. Ученые тоже оказываются в подобном положении: обычно они не пытаются найти (располагая размером физической величины) вероятность того, что измерения получатся такими либо другими, а вместо этого стараются распознать истинный размер физической величины, опираясь на ряд измерений.

Я специально выделил это различие – ввиду его важности. Оно определяет существенную разницу между вероятностью и статистикой: первая имеет дело с прогнозами на основе определенных вероятностей; последняя связана с заключениями на основе вероятностей, выведенных посредством серии наблюдений.

Именно к ряду вопросов, связанных со статистикой, и обращался Лаплас. Он не знал о существовании теории Байеса и, следовательно, вынужден был придумать ее снова. Как только Лаплас сформулировал теорию, встал следующий вопрос: имеется ряд измерений; каково наилучшее предположение, какое можно сделать из истинного размера измеренной величины, и какова вероятность того, что это предположение будет «близко» к истинному размеру, какие бы требования вы ни предъявляли к степени этой «близости»?

Лаплас с головой ушел в исследования; работа, начатая в 1774 г., затянулась на сорок лет. Вообще Лаплас был человеком неилохим, не чуждым широких жестов,

однако иной раз неосознанно заимствовал идеи из чужих работ и без устали рекламировал себя. Лаплас располагал гибкостью травы на ветру – легко прогибался, что позволяло ему во время своего эпохального труда не отвлекаться на происходившие вокруг бурные события. Еще до Французской революции Лаплас занял выгодную должность преподавателя в Военной академии, где ему посчастливилось принимать экзамены у способного шестнадцатилетнего юноши по имени Наполеон Бонапарт. В 1789 г., когда грянула революция, Лаплас некоторое время находился под подозрением, однако не в пример многим другим уцелел, заявив о своей «страстной ненависти к королевскому дому», и позднее был не раз награжден уже республиканским правительством. Далее, когда в 1804 г. Наполеон провозгласил себя императором, Лаплас тут же забыл о своих республиканских взглядах; в 1806 г. ему дали титул графа. Когда же к правлению вернулась династия Бурбонов, Лаплас раскритиковал Наполеона в своем труде «Аналитическая теория вероятностей» издания 1814 г., написав: «падение империй, притязавших на вселенское господство, могло бы быть предсказано с очень высокой долей вероятности человеком, сведущим в вычислениях вероятностей<sup>[17]</sup>». Предыдущее же издание, 1812 г., было посвящено «Наполеону Великому».

От гибкости Лапласа в политических вопросах только выиграла математика, поскольку анализ Лапласа оказался глубже и полнее, чем анализ Байеса. Имея в качестве основы работу Лапласа, мы в следующей главе оставим мир вероятности и познакомимся с миром статистики. Их область слияния является одной из самых важных во всех естественных науках – это колоколообразная кривая или же график нормального распределения. Кривая, а также сопутствующая ей новая теория измерения и станут темами следующей главы.

## ИЗМЕРЕНИЕ И ЗАКОН РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ОШИБОК

Не так давно мой сын Алексей, вернувшись из школы, сообщил об оценке по английскому, полученной им за последнее сочинение. Ему поставили 93 балла. Будь все как обычно, я бы поздравил его с высшей оценкой – А. Но поскольку в пределах А это невысокий балл, а я знаю, что он способен на большее, я бы не преминул добавить: оценка говорит о том, что если в следующий раз он приложит чуть больше усилий, то получит более высокий балл. Однако все было отнюдь не как обычно, и я счел 93 балла возмутительной недооценкой сочинения. Здесь вам, верно, подумалось, что предыдущие несколько предложений говорят больше обо мне, нежели об Алексее. Что ж, вы совершенно правы. На самом деле, вся эта история обо мне, потому что сочинение за Алексея написал я.

О да, позор на мою голову! В свою защиту должен сказать, что в более мирных обстоятельствах скорее дотянулся бы за Алексея пяткой до подбородка на его занятиях по кунг-фу, чем писал бы за него сочинение. Но дело в том, что Алексей подошел ко мне с просьбой взглянуть на его работу как обычно, поздно вечером, в день перед сдачей сочинения. И я пообещал взглянуть. Начав читать сочинение с экрана компьютера, я поначалу внес несколько незначительных

изменений – ничего такого, на что стоило бы обратить внимание. Однако затем редактор во мне начал шаг за шагом переставлять и перефразировать то и это, а когда дошел до конца, оказалось, что Алексей уже спит крепким сном, а я по сути написал новое сочинение. На следующее утро, смущенно признавшись, что поленился сохранить файл под новым именем, я сказал ему, чтобы он просто сдал мой вариант.

Сын протянул мне проверенное сочинение, похвалив его весьма сдержанно. «Неплохо, – сказал он. – Оно, конечно, 93 балла – это скорее А с минусом, чем А, но было уже поздно, и если бы у тебя не слипались глаза, наверняка справился бы лучше». Не сказать, чтобы я был рад. Во-первых, мало приятного в том, что твой пятнадцатилетний сын говорит тебе те самые слова, которые ты прежде обращал к нему, и при этом они кажутся тебе совершенно пустыми. Но кроме того, как могло мое сочинение – труд человека, которого даже собственная мать считает профессиональным писателем, – не получить достойной оценки у школьного учителя английского? Понятное дело, я был не одинок. Уже потом мне рассказали о другом писателе, с которым приключилась точно такая же история, с той лишь разницей, что его дочь получила еще более низкую оценку – В. Тексты, выходявшие из-под пера этого писателя с докторской степенью по английскому языку, вполне удовлетворяли даже столь взыскательные издания, как «Роллинг Стоун», «Эсквайр» и «Нью-Йорк Таймс», но только не учителя средней школы. Алексей попытался утешить меня, поведав еще одну историю. Как-то раз двое его друзей сдали одно и то же сочинение. Сын решил, что они сплутили, и их немедленно разоблачат. Однако перегруженная учительница не только не заметила удвоения, но и поставила за одно сочинение 90 баллов (А), а за другое – 79

(С). На первый взгляд, странно, но только если вам не доводилось, как мне, ночь напролет проверять здоровенную стопку работ, гоняя по кругу, чтобы ненароком не заснуть, музыку из «Стар Трек».

Числам всегда приписывается особый вес. Рассуждение, во всяком случае, неосознанно, строится примерно так: если учитель оценивает сочинение по столбальной шкале, эти незначительные различия и в самом деле что-то значат. Но если десять издателей сочли, что рукопись первого тома «Гарри Поттера» не заслуживает публикации, то каким образом бедная миссис Финнеган (на самом деле ее зовут не так) проводит тонкое различие между двумя школьными сочинениями, ставя за одно 92 балла, а за другое 93? Если мы допускаем, что качество сочинения в принципе поддается определению, то нам придется признать, что оценка – не описание качества сочинения, но его *измерение*, а измерение, как ничто другое, подвержено случайности. В случае с сочинением измерительный инструмент – учитель, а в выставляемых им оценках, как и в любом измерении, проявляются случайная дисперсия и ошибки.

Еще один вид измерения – голосование. В этом случае мы измеряем не столько количество людей, поддерживающих того или иного кандидата на момент выборов, сколько количество тех, кто не поленился прийти в избирательный участок и проголосовать. В этом измерении тоже множество источников случайной ошибки. Одни законные избиратели, приходя в участок, обнаруживают, что их имя не внесено в списки для голосования. Другие по ошибке голосуют не за того, за кого собирались. Конечно же, ошибки возникают и при подсчете голосов. Часть бюллетеней ошибочно признается недействительными или, напротив, действительными. Еще часть может быть утеряна. Как правило,



даже все эти факторы в совокупности не могут повлиять на исход выборов. Однако в случае выборов, где у соперников шансы на победу приблизительно равны, они могут сыграть свою роль, и тогда голоса обычно подсчитываются не один, а несколько раз, как если бы второй или третий подсчет были меньше подвержены влиянию случайной ошибки, чем первый.

Например, в 2004 г. во время выборов губернатора штата Вашингтон победителем в конечном счете был объявлен кандидат от демократов, хотя при первом подсчете кандидат от республиканцев обходил его на 261 из приблизительно 3 млн голосов<sup>[1]</sup>. Поскольку результаты обоих кандидатов были столь близки друг к другу, по закону штата требовался повторный подсчет голосов. По результатам этого подсчета республиканец вновь обошел демократа, но только на 42 голоса. Неизвестно, счел ли кто-нибудь дурным предзнаменованием тот факт, что разница в 219 голосов между первым и вторым подсчетами в несколько раз превосходила новое значение перевеса в количестве голосов, но в итоге состоялся третий подсчет голосов, на сей раз полностью «вручную». Перевес в 42 голоса получался благодаря лишь одному голосу на каждые 70 000, а потому ручной пересчет голосов можно сопоставить с попыткой попросить 42 человек посчитать от 1 до 70 000 в надежде, что каждый сделает в среднем меньше 1 ошибки. Естественно, результат вновь изменился. На сей раз получился перевес в 10 голосов в пользу демократа. Впоследствии он вырос до 129 голосов, когда в подсчет было включено 700 вновь обнаруженных «утерянных бюллетеней».

Ни процесс подсчета голосов, ни сам процесс голосования нельзя назвать совершенным. Если, например, по причине ошибки в работе почтовой службы 1 из 100 потенциальных избирателей не получит извещения

с адресом избирательного участка, а еще 1 на каждых 100 таких избирателей по этой причине не проголосует, то в вашингтонских выборах это вылилось бы в 300 избирателей, которые хотели бы проголосовать, но не получили такой возможности в силу ошибки правительства. Выборы, как и любое измерение, неточны, пересчеты тоже, поэтому когда кандидаты набирают близкое количество голосов, разумнее принять результаты выборов такими, какие они есть, или попросту подбросить монетку, а не тратить время на бесконечные пересчеты.

Вопрос неточности измерений приобрел особо важное значение в середине XVIII в., когда в центре внимания астрономов и математиков оказалась проблема согласования законов Ньютона и наблюдаемого движения Луны и планет. Один из способов получения единственного значения на основе целого ряда несопадающих измерений – усреднение, или вычисление среднего значения. По всей видимости, первым эту процедуру использовал в оптических исследованиях молодой Исаак Ньютон<sup>[2]</sup>. Однако, как и в целом ряде других случаев, Ньютон опередил здесь свое время. В ту пору, да и в следующем веке, большинство ученых не занимались подсчетом среднего. Вместо этого они выбирали среди своих измерений «золотой стандарт» – значение, которое интуитивно признавали наиболее надежным среди своих результатов. Дело в том, что отклонения в измерениях они рассматривали не как неизбежный побочный продукт процесса измерения, но как свидетельство небрежности, у которой могли быть последствия, в том числе и этического характера. Они даже избегали публиковать результаты множественных измерений одного и того же показателя, полагая, что это будет сочтено проявлением неаккуратности в работе и вызовет недоверие. Но к середине

VIII в. положение дел начало меняться. В наши дни рассчитать примерные орбиты небесных тел, представляющие собой набор эллипсов, приближенных по форме к окружности, может любой сообразительный старшеклассник, который при этом даже не подумает снять наушники с громоыхающей в них музыкой. Однако же описать движение планет с большей точностью, учитывая не только силу притяжения Солнца, но также и притяжение других планет, а кроме того, отклонения в форме Луны и планет от совершенной сферы, непросто даже сейчас. Чтобы достигнуть этой цели, необходимо согласовать сложные и приближенные математические вычисления с неточностями наблюдений и измерений.

Но есть еще одна причина, по которой в конце XVIII в. оказалась востребована математическая теория измерения: в 1780-х гг. во Франции начала складываться новая область точной экспериментальной физики<sup>[3]</sup>. До этого времени в физике сосуществовали две не связанные друг с другом исследовательские традиции. С одной стороны, математики занимались изучением строгих следствий из ньютоновых теорий движения и тяготения. С другой стороны, те, кого принято именовать экспериментальными философами, проводили эмпирические исследования электричества, магнетизма, света и температур. Представителей экспериментальной философии, зачастую ученых-любителей, строгая научная методология занимала в значительно меньшей степени, нежели математически ориентированных исследователей, и потому возникло движение, направленное на то, чтобы реформировать и математизировать экспериментальную физику. И вновь ведущую роль здесь сыграл Пьер-Симон де Лаплас.

Лаплас заинтересовался физикой благодаря работам своего коллеги и соотечественника, французского

ученого Антуана Лорана Лавуазье, которого считают отцом современной химии<sup>[4]</sup>. Лаплас и Лавуазье много лет работали вместе, однако Лавуазье в значительно меньшей степени преуспел в искусстве выживания в то беспокойное время. Чтобы заработать деньги на свои многочисленные опыты, ему пришлось стать членом привилегированной частной коллегии откупщиков, работавших под защитой государства. Я не представляю себе времен, когда человека, занимающегося сбором налогов, жаждали бы пригласить домой на чашечку горячего кофе с имбирными пряниками, но когда грянула Французская революция, должность эта оказалась особенно ненадежным прикрытием. В 1794 г. Лавуазье арестовали вместе со всеми членами коллегии и приговорили к смертной казни. Будучи человеком до конца преданным науке, Лавуазье попросил об отсрочке исполнения приговора, чтобы закончить некоторые опыты и опубликовать результаты. На что председатель трибунала дал знаменитый ответ: «Республике ученые не нужны». Отца современной химии безотлагательно обезглавили, а тело бросили в общую могилу. По легенде, он поручил своему ассистенту подсчитать количество слов, которые попытается выговорить его лишенная тела голова.

Работы Лапласа и Лавуазье, а также ряда других ученых, прежде всего Шарля-Огюстена де Кулона, проводившего опыты с электричеством и магнетизмом, преобразили экспериментальную физику. Кроме того, эти работы внесли вклад в развитие в 1790-х гг. новой метрической системы, пришедшей на смену множеству разрозненных и несопоставимых систем, тормозивших развитие науки и нередко служивших причиной споров между торговцами. Новую метрическую систему, разработанную группой ученых, сформированной по указу Людовика XVI, революционное правительство

узаконило уже после падения Людовика. По иронии судьбы, Лавуазье был одним из членов этой группы.

Требования как астрономии, так и экспериментальной физики были таковы, что на долю математиков конца XVIII – начала XIX вв. выпали прежде всего осмысление и подсчет случайной ошибки. Их усилиями возникла новая область – математическая статистика, занимающаяся разработкой методов для интерпретации данных наблюдений и опытов. Специалисты в области статистики зачастую считают, что рост современной науки начался именно с этих разработок – с развития теории измерения. Однако статистические методы используются и для решения задач повседневной жизни: например, для оценки эффективности лекарственных препаратов или популярности политиков. Поэтому понимание правил осуществления статистических выводов важно не только для тех, кто занимается наукой, но и для каждого из нас.



Один из парадоксов нашей жизни заключается в том, что хотя измерения всегда несут в себе некоторую погрешность, когда речь заходит об измерениях, реже всего говорят именно о погрешности. Если въедливый полицейский докладывает судье, что его радиолокатор показал, будто бы вы ехали со скоростью 62 км в час в зоне, где допустимый предел скорости – 56, то штрафа вам не избежать, хотя в показаниях прибора возможны отклонения на несколько км в час<sup>[5]</sup>. И хотя большинство школьников (не говоря уже об их родителях) согласились бы даже спрыгнуть с крыши, если бы это увеличило балл на выпускном тесте по математике с 598 до 625, исследования, о которых вам расскажет редкий работник в области образования, показывают:

достаточно высока вероятность получить лишних 30 баллов, если пройти тест еще разок-другой<sup>[6]</sup>. А иногда малозначащие различия попадают в выпуски новостей. Некоторое время тому назад в августе Статистическое управление министерства труда США сообщило, что безработица находится на уровне 4,7%. В июле управление сообщало о показателе 4,8%. Изменение показателя немедленно нашло отражение в газетных заголовках; к примеру, вот что напечатала на первой странице «Нью-Йорк Таймс»: «Количество рабочих мест и уровень заработной платы за прошлый месяц несколько выросли»<sup>[7]</sup>. Однако, как замечает Джин Эпштейн, редактор отдела экономики «Ватсон's», «из того, что изменилась цифра, совершенно не обязательно следует, что изменилось положение дел. Например, всякий раз, когда показатель безработицы изменяется на десятую долю процента... изменение это столь незначительно, что никоим образом нельзя утверждать, будто бы оно вообще имело место»<sup>[8]</sup>. Иными словами, если Статистическое управление измерит показатель безработицы в августе и повторит измерение через час, то лишь благодаря случайной ошибке второе измерение будет с высокой вероятностью отличаться от первого по меньшей мере на десятую долю процента. И что, неужели мы прочитаем в «Нью-Йорк Таймс»: «Количество рабочих мест и уровень заработной платы к двум часам пополудни несколько выросли»?

Погрешность измерения становится еще более серьезной проблемой, когда количественные показатели приписываются субъективно, как в случае с сочинением Алексея. Например, группа исследователей в Пенсильванском университете Клэрион собрала 120 курсовых работ и проверила их с таким тщанием, с каким работы вашего ребенка не будут проверяться никогда: каждую курсовую независимо друг от друга

оценивали восемь сотрудников факультета. Итоговые оценки (по шкале от А до F) иногда различались на два и более деления шкалы. В среднем различие между ними составило около одного деления шкалы<sup>[9]</sup>. Поскольку будущее студентов очень часто зависит от подобного рода оценок, столь высокая погрешность – факт довольно печальный. Однако ее можно понять, если учесть, что взгляды и философия профессоров любого факультета в любом из университетов охватывают весь диапазон от Карла Маркса до Граучо Маркса. Можно ли подвергнуть этот фактор контролю? Например, дать экзаменаторам четкие критерии оценивания и потребовать следования этим критериям? Исследователь в университете штата Айова предъявил около 100 студенческих работ группе аспирантов, специалистов в области риторики и коммуникации, которых заранее обучил применению подобных критериев<sup>[10]</sup>. Каждую работу оценивали по шкале от 1 до 4 два независимых «экзаменатора». При сопоставлении оценок выяснилось, что мнения экзаменаторов совпали лишь примерно в половине случаев. Аналогичные результаты были получены в Техасском университете при анализе оценок за вступительное сочинение<sup>[11]</sup>. Даже почтенная Центральная приемная комиссия признается, что в случае двух экзаменаторов, согласно ее ожиданиям, «92% сочинений получают оценки, различающиеся в пределах  $\pm 1$  балла по шестибальной шкале для сочинений»<sup>[12]</sup>.

Еще одна область субъективных измерений, которым доверяют больше, чем следовало бы – оценка вин. В 1970-х гг. винный бизнес явно не переживал расцвета, а если и развивался, то преимущественно в сфере продаж дешевого столового вина. Однако в 1978 г. произошло событие, с которым часто связывают последующее стремительное развитие отрасли:

некий юрист, Роберт М. Паркер-младший, объявил себя экспертом в области вин и решил, что вдобавок к своим публикуемым в прессе критическим обзорам будет давать винам количественную оценку по сто-балльной шкале. Со временем большинство изданий, печатавших материалы о винах, последовали его примеру. На сегодняшний день американцы ежегодно выкладывают за винную продукцию более 20 млрд долларов, однако же среди миллионов любителей спиртных напитков редко когда найдется простак, который согласится раскошелиться, не взглянув предварительно на рейтинг приглянувшегося ему вина. Поэтому, когда журнал «Вайн Спектейтор» выставил, скажем, аргентинскому каберне-совиньону «Валентин Бьянки» 2004 г. не 89, а 90 баллов, этот единственный балл привел к огромному увеличению объема продаж «Валентин Бьянки»<sup>[13]</sup>. В самом деле, заглянув в местную винную лавку, американец обнаружит, что вина, выставленные на распродажу со скидкой, как правило, получают оценки на один или несколько баллов ниже 90. Но какова вероятность того, что аргентинское каберне «Валентин Бьянки» 2004 г., удостоенное 90 баллов, не получило бы 89, если бы процесс оценивания был повторен, предположим, час спустя?

В увидевшей свет в 1890 г. книге «Принципы психологии» Уильям Джеймс выдвинул предположение: умение разбираться в винах может дойти до способности различить вкус старой мадеры из верхней и нижней части бутылки<sup>[14]</sup>. Во время дегустаций вин, на которых мне нередко доводилось бывать, я заметил, что если бородач слева от меня бормочет: «Прекрасный букет!», его поддерживает целый хор голосов. Но если оценивать предлагается самостоятельно и без обсуждений, то зачастую оказывается, что бородач написал «Прекрасный букет», его бритоголовый сосед нацарапал



«Вообще никакого букета», а блондинка с перманентом пометила: «Интересный букет с оттенками петрушки и свежевыдубленной кожи».

С теоретической точки зрения, есть множество оснований поставить под сомнение результаты оценивания вин. Для начала скажем, что вкусовые ощущения определяются сложным взаимодействием между вкусовыми и обонятельными стимулами. Строго говоря, любое вкусовое ощущение определяется пятью типами рецепторов, располагающихся на поверхности языка: рецепторами соленого, сладкого, кислого, горького и «мясного» (*умами\**). Последняя группа рецепторов соотносится с определенными аминокислотами (преобладающими, например, в соевом соусе). Но если бы этим все и ограничивалось, то вкус любой пищи – например, вашего любимого бифштекса, жареной картошки, праздничного яблочного пирога и изысканных спагетти по-болонски – можно было бы имитировать, используя лишь столовую соль, сахар, уксус, хинин и глутамат натрия. К счастью, этим дело не обходится, и на помощь приходит обоняние. Именно оно объясняет, почему, если взять два стакана с одинаковым раствором сахара и добавить в один из них клубничную эссенцию (не содержащую сахара), жидкость в этом стакане покажется вам слаще<sup>[15]</sup>. Вкус вина определяется воздействием от 600 до 800 изменчивых органических составляющих на рецепторы как языка, так и носа<sup>[16]</sup>. И что с этим делать – непонятно, ведь исследования показывают: даже профессиональные дегустаторы редко могут с уверенностью определить более 3-4 компонентов в смеси<sup>[17]</sup>.

\* Вкус белковых веществ, «пятый вкус», традиционно используемый в японской и других культурах Дальнего Востока. Ощущение «умами» создают глутамат и другие аминокислоты.

На восприятие вкуса влияют и ожидания. В 1963 г. трое исследователей тайком добавили в белое вино немного красного пищевого красителя, что придало вину розоватый оттенок. После этого группу экспертов попросили оценить сладость этого вина по сравнению с неподкрашенным. Эксперты, сообразно своим ожиданиям, оценили подкрашенное розовое вино как более сладкое. Другая группа исследователей предъявляла два образца вина будущим виноделам. Это были совершенно одинаковые образцы белого вина, но в один была добавлена капля безвкусного красителя – виноградного антоциана, в результате чего вино стало выглядеть как красное. Ученики-виноделы также сообщили о различиях во вкусе вин в соответствии со своими ожиданиями<sup>[18]</sup>. А в 2008 г. группа добровольцев, которых попросили оценить пять бутылок вина, оценила бутылку с этикеткой «90 долларов» выше, чем бутылку с этикеткой «10 долларов», хотя хитрые ученые налили в обе бутылки одно и то же вино. Более того, во время этого опыта с помощью функционального магнитно-резонансного томографа регистрировалась активность мозга испытуемых. Обнаружилось, что зона мозга, активация которой обычно соотносится с переживанием удовольствия, действительно активизируется в большей степени, когда испытуемые пьют вино, которое считают более дорогим<sup>[19]</sup>. Но прежде чем осудить этих горе-ценителей, примите к сведению следующий факт: когда исследователи выяснили у 30 любителей колы, предпочитают ли они «Пепси-колу» или «Кока-колу», а потом попросили проверить свои предпочтения, продегустировав оба напитка, стоящие бок о бок, 21 человек из 30 сообщили, что проверка подтвердила их выбор, хотя коварные исследователи налили «Кока-колу» в бутылки от «Пепси-колы», и наоборот<sup>[20]</sup>. Когда

мы оцениваем или измеряем, наш мозг полагается отнюдь не только на непосредственно воспринимаемое, но использует и другие источники информации – например, ожидания.

Дегустаторов вин часто сбивает с толку и обратная сторона опшибки ожидания – недостаток контекста. Поднося к носу корень хрена, вы едва ли перепутаете его с зубчиком чеснока, а запах чеснока не спутаете с запахом, скажем, стелек из ваших ношенных кроссовок. Но если вам приходится иметь дело с ароматом прозрачных жидкостей, оттолкнуться не от чего. В отсутствие контекста высока вероятность того, что ароматы будут перепутаны. Именно это случилось, когда исследователи предъявили экспертам набор из шестнадцати случайно отобранных запахов: эксперты неверно определили в среднем каждый четвертый запах<sup>[21]</sup>.

Имея все основания для скептицизма, ученые разработали методы прямой оценки различения вкусов экспертами. Один из таких методов – использование «треугольника вин». Это не собственно треугольник, скорее метафора: каждому эксперту предъявляется три сорта вина, два из которых идентичны. Задача состоит в том, чтобы выявить отличающийся от остальных сорт вина. В исследовании 1990 г. эксперты успешно справились с этой задачей только в 2/3 случаев, то есть на каждые три пробы приходилась одна, в которой эти гуру не могли отличить пино нуар, допустим, «с роскошным букетом земляники, сочной ежевики и малины», от пино «с выраженным ароматом сушеного чернослива, желтой черешни и бархатистой черной смородины»<sup>[22]</sup>. В том же исследовании группу экспертов попросили оценить ряд вин по 12 параметрам: таким, как содержание алкоголя, присутствие танинов, сладость и фруктовый запах. Эксперты существенно

разошлись в своих оценках по 9 из 12 параметров. Наконец, когда их попросили подобрать вина, подходящие под описания, данные другими экспертами, испытуемые выполнили задачу правильно только в 70% случаев.

Сами дегустаторы в курсе всех этих трудностей. «Во многих планах... [система оценивания] лишена смысла», – говорит редактор журнала «Уайн энд спирит мэгэзин»<sup>[23]</sup>. А по мнению бывшего редактора «Уайн Энтузиаст», «чем глубже ты во все это погружаешься, тем больше понимаешь, насколько оно ошибочно и обманчиво»<sup>[24]</sup>. Тем не менее система оценивания процветает. Почему? Сами дегустаторы говорят, что когда они пытаются определить качество вина, используя систему звездочек или простейшие словесные ярлыки наподобие «хорошее», «плохое», «безобразное», их мнение звучит неубедительно. Но стоит перейти к использованию цифр, как покупатели начинают относиться к оценкам словно к божественному откровению. Как бы ни были сомнительны количественные оценки, именно они дают покупателям уверенность, что среди многообразия марок, производителей и урожаев им, словно в стоге сена, удастся отыскать золотую иголку (или хотя бы серебряную, если бюджет не позволяет).

Если качество вина (или сочинения) в самом деле может быть подвергнуто измерению в числовом выражении, то перед теорией измерения встает два вопроса. Во-первых, как получить это число на основе ряда отличающихся друг от друга измерений? Во-вторых, имея в виду, что число измерений ограничено, как вычислить вероятность того, что оценка верна? Рассмотрим эти вопросы, поскольку независимо от того, объективен или субъективен источник данных, теория измерения ставит себе целью найти на них ответы.



Ключ к пониманию измерения – постижение природы разброса данных, обусловленного случайной ошибкой. Предположим, мы попросили пятнадцать дегустаторов оценить некоторое вино, или же предложили оценить его несколько раз в разные дни одному и тому же дегустатору, или прибегли к обоим процедурам. Мы можем подвести итоги оценивания, используя усреднение полученных оценок. Однако важную информацию содержит не только среднее значение: если все пятнадцать дегустаторов выставляют оценку 90, это одно, а если они выставляют оценки 80, 81, 82, 87, 89, 89, 90, 90, 90, 91, 94, 97, 99 и 100 – это совсем другое. Среднее значение обоих наборов данных одно и то же, но они различаются разбросом данных относительно этого среднего. А поскольку распределение данных – важный источник информации, для его описания математики предложили количественную меру разброса. Эта мера называется выборочным стандартным отклонением. Кроме того, математики измеряют разброс посредством квадратичной меры, которую называют выборочной дисперсией.

Стандартное отклонение показывает, насколько данные по выборке близки к среднему – или, в практическом смысле, какова погрешность измерения. Если оно невысоко, все данные группируются вокруг среднего. Например, для случая, когда все дегустаторы поставили вино оценку 90, стандартное отклонение равно 0, указывая на то, что все измерения идентичны среднему значению. В случае же высокого стандартного отклонения данные разбросаны относительно среднего. Например, когда вино оценивается дегустаторами в диапазоне от 80 до 100, выборочное стандартное отклонение равно 6. Это означает, что на

практике большинство оценок попадет в диапазон от  $-6$  до  $+6$  относительно среднего. В рассмотренном случае о вине можно с высокой степенью уверенности сказать, что его истинная оценка, скорее всего, относится к диапазону от 84 до 96.

Пытаясь понять значение своих измерений, ученые XVIII–XIX вв. сталкивались с теми же проблемами, что и скептически настроенные ценители хороших вин. Ибо если группа исследователей осуществляет ряд наблюдений и измерений, результаты почти всегда получаются разными. Один астроном мог столкнуться с неблагоприятными погодными условиями, другой – покачнуться из-за порыва ветра, третий, возможно, только что вернулся от Уильяма Джеймса, с которым вместе дегустировал мадеру. В 1838 г. математик и астроном Ф.В. Бессель выделил одиннадцать классов случайных ошибок, которые могут возникнуть в ходе любого наблюдения с использованием телескопа. Даже если один и тот же астроном осуществляет ряд повторных измерений, результаты могут различаться из-за таких факторов, как неустойчивая острота зрения и влияние температуры воздуха на аппаратуру. Поэтому астрономам пришлось разбираться, как на основе ряда несовпадающих измерений установить истинное положение небесного тела. Но из того, что ценители вин и ученые сталкиваются с одной и той же проблемой, совсем не обязательно следует, что для них годится одно и то же решение. Можно ли выделить универсальные характеристики случайной ошибки, или же ее природа зависит от контекста?

Одним из первых предположение о том, что для разных типов измерений характерны одни и те же особенности, выдвинул Даниил Бернулли, племянник Якоба Бернулли. В 1777 г. он уподобил случайную ошибку в астрономическом наблюдении отклонениям

в траектории выпущенной из лука стрелы. В обоих случаях, рассуждал он, цель – истинное значение измеряемой переменной или же «яблочко» мишени – располагается где-то посреди, а наблюдаемые результаты группируются вокруг нее, причем большинство должны лежать в окрестностях цели, и лишь немногие выпадают за их пределы. Закон, который Бернулли предложил для описания этого распределения, оказался неверен, однако важно само понимание того, что распределение ошибок лучника может быть сходно с распределением ошибок в наблюдениях астрономов.

Идея о том, что распределение ошибок подчиняется некому универсальному закону, который называют законом случайного распределения ошибок, является основополагающей для теории измерения. И вот что примечательно: допущение состоит в том, что при условии удовлетворения определенных условий довольно общего характера установить истинное значение некоторой переменной на основе ряда измерений можно с использованием одного и того же математического аппарата. Если в дело вступает универсальный закон, то задача установления истинного положения небесного тела на основе ряда наблюдений астрономов приравнивается к задаче нахождения центра мишени на основе дырочек от стрел или определения «качества» вина на основе ряда экспертных оценок. Именно поэтому математическая статистика – последовательная и согласованная область, а не просто набор трюков: неважно, осуществляете ли вы ряд измерений для того, чтобы установить положение Юпитера в 4 часа утра на Рождество или средний вес булок с изюмом, выходящих с конвейера, распределение ошибок будет одним и тем же.

Однако отсюда не следует, что случайная ошибка – единственный вид ошибок, которые могут повлиять

на измерение. Если половина дегустаторов предпочитает красное вино, а другая половина – белое, однако во всех остальных отношениях они сходятся в своих суждениях (и предельно последовательны в их вынесении), то оценка каждого конкретного вина не будет определяться законом случайного распределения ошибок: распределение получится резко двугорбым, причем причиной появления одного из пиков станут любители красного вина, а другого – любители белого. Но даже в тех случаях, когда применимость закона случайного распределения ошибок не столь очевидна (начиная от футбольного тотализатора<sup>[25]</sup> и заканчивая измерением коэффициента интеллекта), зачастую он все же оказывается применим. Много лет назад мне в руки попали несколько тысяч регистрационных карточек покупателей компьютерной программы, которую разработал для восьми- и девятилетних школьников мой приятель. Продажи шли не так хорошо, как ожидалось. Кто же покупал программу? После некоторых подсчетов я установил, что наибольшее число пользователей приходится на семилетних, указывая на нежелательное, но не то чтобы неожиданное расхождение. Но вот что самое удивительное: когда я построил гистограмму зависимости количества пользователей от возраста, взяв семь лет за среднее значение, я обнаружил, что построенный мною график принял крайне знакомую форму – форму закона случайного распределения ошибок.

Одно дело – подозревать, что лучники и астрономы, химики и маркетологи сталкиваются с одним и тем же законом распределения ошибок, и совсем другое – самому натолкнуться на частный случай этого закона. Подталкиваемые необходимостью анализировать данные астрономических наблюдений ученые, такие как Даниил Бернулли и Лаплас, постулировали в конце XVIII в. несколько вариантов закона, оказавшихся



неверными. Однако выяснилось, что математическая функция, верно отражающая закон случайного распределения ошибок, – колоколообразная кривая – все это время была у них под носом. За много десятилетий до них она была открыта в Лондоне в контексте решения совсем иных задач.

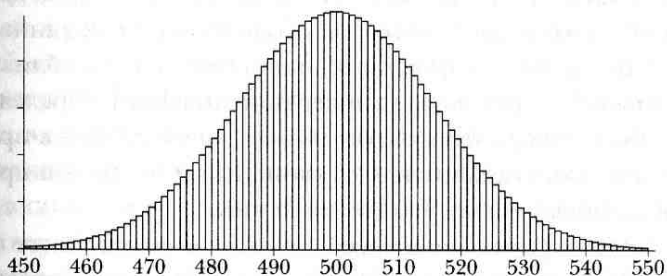
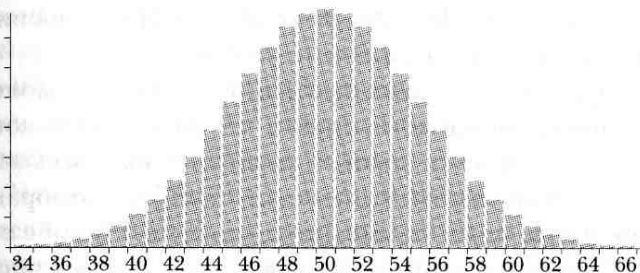
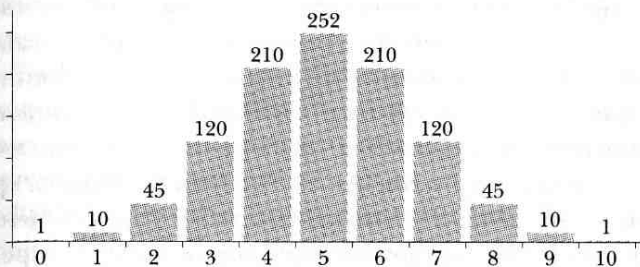


Среди троих ученых, благодаря которым на колоколообразную кривую обратили внимание, реже всех воздается по заслугам именно ее первооткрывателю. Абрахам де Муавр совершил свое открытие в 1733 г., когда ему было за шестьдесят, однако до появления второго издания его книги «Об измерении случайности», вышедшего в свет пять лет спустя, об этом никто не знал. Де Муавр пришел к искомой форме кривой, когда пытался аппроксимировать числа, заполняющие треугольник Паскаля значительно дальше той строки, на которой оборвал его я, – сотнями и даже тысячами строк ниже. Когда Якоб Бернулли обосновывал свой вариант закона больших чисел, ему пришлось столкнуться с некоторыми свойствами чисел, появляющихся в этих строках. А числа действительно очень велики: например, одно из чисел в двухсотой строке треугольника Паскаля состоит из пятидесяти девяти цифр! Во времена Бернулли, да и вообще до тех пор, пока не появились компьютеры, эти числа было очень трудно высчитать. Именно поэтому, как я сказал, Бернулли обосновывал свой закон больших чисел, используя различные способы приближенного вычисления, что снижало практическую значимость результатов его работы. Де Муавр со своей кривой осуществил несравненно более точную аппроксимацию и потому значительно улучшил оценки Бернулли.

Как де Муавр осуществил свою аппроксимацию, становится понятно, если числа в ряду треугольника представить в виде высоты столбика на гистограмме – я поступил так с регистрационными карточками. Например, числа в третьей строке треугольника – 1, 2, 1. Тогда на гистограмме первый столбик будет высотой в одно деление, второй – вдвое выше, а третий – вновь высотой в одно деление. Рассмотрим теперь пять чисел в пятой строке: 1, 4, 6, 4, 1. На гистограмме будет пять столбиков, она вновь начнется с минимальной высоты, достигнет максимума в центре и продемонстрирует симметричное снижение. Если спуститься по треугольнику вниз, получатся гистограммы с огромным количеством столбиков, но поведение их будет тем же самым. Гистограммы для 10-й, 100-й и 1000-й строк треугольника Паскаля приведены на странице 139.

Если теперь провести кривые, соединяющие вершины столбиков на каждой из гистограмм, все они окажутся характерной формы, напоминающей колокол. А если несколько сгладить эти кривые, можно подобрать соответствующее им математическое выражение. Колоколообразная кривая – не просто визуализация чисел в треугольнике Паскаля: это инструмент, позволяющий получить точные и удобные в употреблении оценки значений чисел, появляющихся в расположенных ниже строках треугольника. В этом и состояло открытие де Муавра.

Сегодня колоколообразную кривую называют обычно нормальным распределением, а иногда – Гауссовой кривой (вскоре читатель узнает, откуда взялось это название). Нормальное распределение – не отдельная фиксированная кривая, но целое семейство кривых, определяемых двумя параметрами, задающими положение кривой и ее форму. Первый из них – расположение пика: в графиках на странице 174 это 5, 50 и 500



Столбцы в представленных выше гистограммах отображают относительную величину чисел в 10-м, 100-м и 1000-м рядах треугольника Паскаля (см. стр. 94). Числа по оси абсцисс – элементы строки треугольника, к которым относятся столбики. По традиции нумерация начинается с 0, а не с 1 (средняя и нижняя гистограммы обрезаны так, что элементы, столбики для которых имеют пренебрежимую высоту, на рисунке не представлены

соответственно. Второй – степень разброса. Этот показатель, получивший свое современное наименование лишь в 1894 г., называется стандартным отклонением и представляет собой теоретический аналог понятия, о котором я уже упоминал – выборочного стандартного отклонения. Грубо говоря, это половина ширины кривой в той точке, где кривая достигает своей 60%-ной высоты. В наше время значение нормального распределения выходит далеко за пределы аппроксимации чисел в треугольнике Паскаля. Это самая распространенная форма распределения любого рода данных.

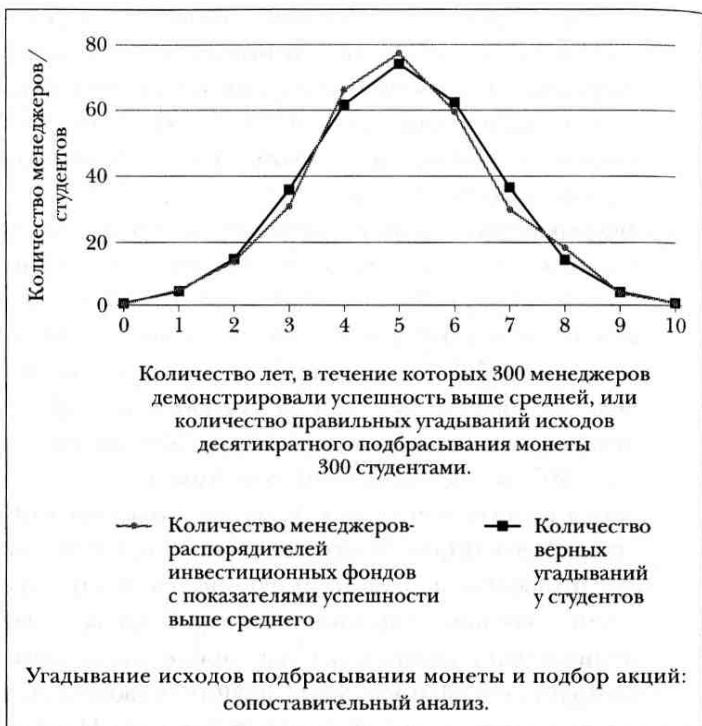
При описании распределения данных колоколообразная кривая демонстрирует, что в том случае, когда вы делаете много замеров, большинство их результатов будут примыкать к среднему значению, что отображается в виде пика. Симметрично снижаясь по обе стороны от пика, кривая показывает, как убывает число результатов замеров ниже и выше среднего, поначалу довольно резко, а потом не столь круто. Если данные распределены нормально, около 68% (т.е. приблизительно  $2/3$ ) результатов измерений попадают в пределы одного стандартного отклонения, около 95% – в пределы двух стандартных отклонений и 99,7% – в пределы трех стандартных отклонений.

Чтобы представить себе эту картину, взгляните на графики на странице 206. Квадратики соответствуют результатам угадывания 300 студентами исходов десятикратного подбрасывания монеты<sup>[26]</sup>. По оси абсцисс отложено количество верных угадываний – от 0 до 10. По оси ординат – количество студентов, продемонстрировавших соответствующее количество верных угадываний. Кривая имеет колоколообразную форму с пиком на уровне 5 верных угадываний: столько раз верно угадали исход подбрасывания 75 студентов. Двух третей максимальной высоты (соответствующее

количество студентов – 51) кривая достигает посередине между 3 и 4 верными угадываниями слева и между 6 и 7 верными угадываниями справа. Колоколообразная кривая с таким стандартным отклонением типична для стохастических процессов вроде угадывания исходов подбрасывания монеты.

Кружочками на том же графике отображен еще один набор данных – успешность работы 300 менеджеров паевых инвестиционных фондов. Для этого набора данных по оси абсцисс отложено не количество верных угадываний исходов подбрасывания монеты, а количество лет (из 10), когда показатели успешности работы менеджера были выше группового среднего. Обратите внимание на сходство! Мы еще вернемся к нему в главе 9.

Чтобы понять связь между нормальным распределением и случайной ошибкой, можно рассмотреть процесс проведения выборочного опроса. Вспомним опрос относительно популярности мэра Базеля, который я упоминал в главе 5. В этом городе часть жителей одобряет деятельность мэра, а часть осуждает. Для простоты примем, что тех и других по 50%. Но, как мы видели, результаты опроса не обязательно будут полностью соответствовать этой пропорции 50/50. И в самом деле, если выборочно опросить  $N$  горожан, то вероятность, что любое произвольное их число поддержит мэра, пропорциональна числам в строке  $N$  треугольника Паскаля. А раз так, то, согласно работам де Муавра, если служба общественного мнения опросит большое число горожан, вероятность всех возможных результатов опроса можно будет описать с помощью кривой нормального распределения. Иными словами, около 95% случаев одобрения попадет в пределы 2 стандартных отклонений от истинного рейтинга мэра, 50%. Для описания этой погрешности службы общественного мнения используют понятие «допустимый предел



погрешности». Сообщая средствам массовой информации, что предел погрешности опроса составляет  $\pm 5\%$ , они имеют в виду, что если повторить опрос много раз подряд, 19 из 20 раз (т.е. в 95% случаев) результат его будет в пределах 5% от истинного значения измеряемой переменной. (И хотя службы общественного мнения редко на это указывают, в 1 случае из 20 результат опроса будет мало соответствовать действительности.) На практике размеру выборки в 100 человек соответствует такой допустимый предел погрешности, который никуда не годится. А вот для выборки в 1000 человек предел погрешности обычно составляет около 3%, что уже вполне пригодно для большинства целей.

Однако, проводя опрос любого рода, важно сознавать, что при любом повторении опроса результат хоть немного, но изменится. Например, если в действительности 40% зарегистрированных избирателей дают положительную оценку деятельности президента, шесть независимых опросов скорее покажут что-то вроде 37%, 39%, 39%, 40%, 42% и 42%, нежели сойдутся на показателе в 40%. (Эти шесть чисел – действительные результаты шести независимых опросов, призванных выявить количество граждан, которые положительно оценивали деятельность президента в первые две недели сентября 2006 года<sup>[27]</sup>.) Вот почему на практике на изменчивость данных в рамках допустимого предела погрешности не следует обращать внимания. Но даже если «Нью-Йорк Таймс» никогда и не вынесет на первую страницу заголовок «Количество рабочих мест и уровень заработной платы к двум часам пополудни несколько выросли», в публикациях, посвященных политическим опросам, подобного рода заголовки – не редкость. Например, после Национального партийного съезда республиканцев в 2004 г. «Си-эн-эн» разродилась выпуском новостей, озаглавленным так: «Похоже, рейтинг Буша несколько вырос»<sup>[28]</sup>. Эксперты «Си-эн-эн» пояснили, что «В результате проведения съезда рейтинг Буша увеличился на 2%... Если до съезда в его пользу склонялись 50% потенциальных избирателей, то сразу после съезда – 52%». Лишь позднее репортер оговорил, что предел погрешности для данного опроса составлял 3,5%, а это означает, что экстренный выпуск новостей по сути не имел смысла. Похоже, слово «похоже» на самом деле означало «непохоже».

Как правило, при проведении опросов предел погрешности выше 5% считается недопустимым, однако в повседневной жизни мы основываем свои

суждения на значительно меньшем количестве наблюдений. Разве найдешь человека, который 100 лет играет в профессиональный баскетбол, вложил деньги в 100 многоквартирных жилых домов или основал 100 компаний, выпускающих шоколадное печенье? Так что, когда мы делаем выводы об успешности этих людей, мы берем за основу лишь незначительное число наблюдений. Следует ли футбольной команде раскопелиться на 50 млн долларов, чтобы заполучить игрока, чья игра была поистине чемпионской лишь в течение года? С какой вероятностью биржевой маклер, который в очередной раз просит у вас денег и говорит, что дело верное, вновь добьется успеха? Означает ли успех процветающего изобретателя такой игрушки, как морские обезьяны, что его новые изобретения – невидимые золотые рыбки и растворимые лягушки – скорее всего, станут пользоваться таким же спросом? (Кстати сказать, не стали<sup>[29]</sup>.) Сталкиваясь с успехом или с неудачей, мы имеем дело лишь с одним наблюдением, с одной из множества точек колоколообразной кривой, отображающей все наблюдавшиеся ранее возможности. И мы не знаем, что представляет собой это наблюдение – среднее или явный выброс, событие, в котором можно быть абсолютно уверенным, или редкий случай, который едва ли повторится. Так или иначе, мы должны иметь в виду, что точечное наблюдение – это не более чем точечное наблюдение, и прежде чем принимать его как факт, следует рассмотреть его в контексте соответствующего ему стандартного отклонения или разброса значений. Даже если некоторое вино получило оценку в 91 балл, эта оценка не имеет смысла, пока мы не узнаем, каков был бы разброс, если бы то же самое вино подверглось повторному оцениванию или если бы его стали оценивать другие люди. В качестве примера полезно вспомнить,



как несколько лет назад «Путеводитель по хорошим австралийским винам» издательства «Penguin» и «Ежегодник австралийских вин», выпускаемый «Op Wine», написали о рислинге «Митчелтон Блэквуд Парк» урожая 1999 г., причем «Путеводитель...» присвоил вину пять звездочек из пяти и назвал лучшим вином года по версии «Penguin», а «Ежегодник...» оценил ниже всех прочих вин, о которых писал в тот год, и счел худшим вином данной марки за последнее десятилетие<sup>[30]</sup>. Нормальное распределение не только помогает понять подобные разногласия, но и применяется в великом множестве областей науки и торговли: например, когда фармацевтическая компания решает, считать ли результаты клинических испытаний значимыми, производитель – отражает ли случайная выборка реальный процент деталей с браком, а закупщик – принять ли к действию результаты опроса.



Тот факт, что нормальное распределение описывает распределение ошибки измерения, открыл десятилетия спустя после выхода работы де Муавра человек, имя которого носит колоколообразная кривая, – немецкий математик Карл Фридрих Гаусс. Эта мысль – во всяком случае, в отношении астрономических измерений, – пришла Гауссу в голову, когда он работал над проблемой траекторий движения планет. Однако же «доказательство» Гаусса было, по его собственному позднему признанию, ошибочным<sup>[31]</sup>, а далеко идущие последствия этого открытия тоже не пришли ему на ум. Поэтому он, дабы не привлечь излишнего внимания, сунул обнаруженный закон в один из последних параграфов своей книги «Теория движения небесных тел, обращающихся вокруг Солнца по коническим

сечениям». Там бы она и сгнула, эта еще одна из многочисленных отвергнутых наукой идей о том, как должен выглядеть закон распределения ошибок.

Однако нормальное распределение вернул из небытия Лаплас, наткнувшийся на работу Гаусса в 1810 г., вскоре после того, как подал в Академию наук статью с доказательством так называемой центральной предельной теоремы, гласящей, что сумма большого количества независимых случайных величин имеет распределение, близкое к нормальному. Например, предположим, что вы выпекаете 100 буханок хлеба, каждый раз основываясь на рецепте, по которому должны получаться буханки весом в 1000 граммов. Но иногда вы случайно добавляете то чуть меньше, то чуть больше муки или молока, а иногда чуть меньше или чуть больше жидкости испаряется за время нахождения буханки в печи. В конечном счете в силу каждой из множества возможных причин вес буханки может вырасти или уменьшиться на несколько граммов, и в этом случае центральная предельная теорема утверждает, что итоговый вес буханок будет варьировать в соответствии с законом нормального распределения. Читая работу Гаусса, Лаплас сразу же понял, что может использовать его открытие в целях совершенствования собственной работы, а его собственная работа, в свою очередь, намного убедительнее, чем это удалось Гауссу, доказывает: нормальное распределение является отражением закона распределения ошибок. Лаплас немедленно опубликовал краткое продолжение статьи, посвященной центральной предельной теореме. В наши дни эта теорема и закон больших чисел — две наиболее важных работы в рамках теории случайности.

Чтобы пояснить, каким образом центральная предельная теорема доказывает, что нормальное

распределение адекватно отражает закон случайного распределения ошибки, вернемся к примеру Даниила Бернулли с лучником. Мне однажды довелось выступить в роли лучника во время вечера в приятном общении с крепкими напитками и беседами не для детского уха: ко мне прибежал мой младший сын Николай, протянул мне лук и стрелу и начал упрашивать, чтобы я метким выстрелом сбил у него с головы яблоко. И хотя стрела была с мягким наконечником из губки, мне показалось разумным проанализировать свои возможные ошибки и оценить их вероятность. Естественно, больше всего меня беспокоили смещения по вертикали. Простая модель таких ошибок выглядит следующим образом: каждый случайный фактор (скажем, ошибка прицеливания, влияние воздушных потоков и т. п.) может с равной вероятностью сместить мой выстрел по вертикали либо вверх, либо вниз относительно мишени. Итоговая ошибка будет равна сумме всех этих ошибок. Если мне повезет, примерно половина из них сместит выстрел вверх, другая половина – вниз, и тогда я попаду точно в цель. А если мне (точнее, моему сыну) не повезет, то все ошибки подействуют в одном направлении, и в цель я не попаду, а попаду либо существенно ниже, либо существенно выше. Соответственно, мне хотелось знать, какова вероятность того, что ошибки нивелируют друг друга, или, напротив, их сумма достигнет максимального значения, или примет одно из промежуточных значений. Но это был в точности процесс Бернулли, как если бы я подбрасывал монеты и задавался при этом вопросом, с какой вероятностью у меня выпадет определенное число орлов. Ответ на этот вопрос дает треугольник Паскаля или, если попыток много, нормальное распределение. И ровно этому же посвящена центральная предельная теорема. (Кстати сказать, в итоге я не

попал ни в яблоко, ни в сына, но зато сбил бокал превосходного каберне.)

К 1830-м гг. большинство ученых обрели уверенность в том, что любое измерение многосоставно, подвержено огромному числу источников отклонения, а следовательно, и закону распределения ошибок. Этот закон, наряду с центральной предельной теоремой, привел, таким образом, к новому, более глубокому пониманию получаемых данных и их отношения к физической реальности. В следующем веке эти за идеи ухватились ученые, занимающиеся исследованием человеческого общества. К своему удивлению, они обнаружили, что человеческое поведение и индивидуальные особенности нередко подчиняются тем же закономерностям, что и ошибка измерения. В связи с этим было решено расширить круг приложений закона распределения ошибок за пределы естествознания и применять его в новой науке о человеческих отношениях.

## УПОРЯДОЧЕННЫЙ ХАОС

В середине 1960-х гг. во Франции некая девяностолетняя старушка, Жанна Кальмен, сильно нуждаясь в деньгах, заключила договор с сорокасемилетним адвокатом: завещала ему свою квартиру с условием пожизненной выплаты небольших ежемесячных пособий; когда же она освободит помещение, адвокат его займет<sup>[1]</sup>. Адвокат наверняка знал, что эта Жанна Кальмен уже прожила на десять лет больше среднего срока продолжительности жизни, высчитанного для Франции. Однако он мог не слышать о теории Байеса: важно не то, умрет ли старушка через десять лет или нет, а то, что ее средняя продолжительность жизни, исходя из уже прожитых девяноста лет, увеличивается на шесть лет<sup>[2]</sup>. Но вряд ли он думал о чем-то подобном, скорее верил: любая женщина, юной девушкой видевшая в отцовской лавке Винсента ван Гога, вскоре последует за этим самым ван Гогом на тот свет. (Любопытно, что художник показался ей человеком «неряшливым, плохо одетым и в целом неприятным».)

Прошло десять лет, и адвокат наверняка подыскал себе другое жилье, потому как старушка отпраздновала столетие в добром здравии. И хотя до собственной средней продолжительности жизни ей к тому моменту оставалось еще два года, она преспокойно дожила на денежки адвоката до ста десяти лет. К тому времени

адвокату исполнилось шестьдесят семь. Однако прошло еще десять лет, прежде чем ожиданиям адвоката пришел конец, причем для него довольно неожиданный. В 1995 г. адвокат умер, а Жанна Кальмен продолжала здравствовать. И скончалась лишь 4 августа 1997 г. в возрасте ста двадцати двух лет. Разница между ее возрастом на момент смерти и возрастом адвоката на момент смерти составила сорок пять лет.

У каждого конкретного человека продолжительность жизни, да и сама жизнь, непредсказуемы, однако на основе исследовательских данных можно вывести некие закономерности. Предположим, вы двадцать лет за рулем без единой аварии. И вот одним прекрасным днем вы проводите свой отпуск в Квебеке, рядом с вами жена и ее родители, и вдруг теща кричит вам: «Осторожно, лось!». Вы бешено крутите баранку, врезаясь в придорожный знак, на котором написано ровным счетом то же самое. Вам это происшествие покажется чем-то необычным, прямо из ряда вон выходящим. Но недаром был установлен знак: из всей совокупности тех, кто за рулем, определенный процент водителей наверняка встретится с лосем. В действительности, составляющие статистическую совокупность люди, действующие при этом наугад, часто создают впечатление людей последовательных, с предсказуемым поведением, якобы осознанно преследующих определенные цели. Или же, как в 1784 г. писал Иммануил Кант, «каждый, сообразно своим личным склонностям, преследует свою цель, зачастую в противовес другим; однако каждый человек и все люди вместе как будто придерживаются некой направляющей линии – идут к естественной, но неведомой каждому в отдельности цели; все приближаются к ней, хотя знай они об этой цели, все равно не придали бы ей большого значения»<sup>[3]</sup>.

К примеру, по данным Федеральной дорожной администрации США, в стране насчитывается около 200 млн. водителей<sup>[4]</sup>. А по последним данным Национального управления по безопасности дорожного движения, за год эти водители наездили в общей сложности около 2.86 трлн миль<sup>[5]</sup>. Это около 23 тыс. км на водителя. А теперь представьте, будто каждый водитель решит: неплохо бы повторить результат в следующем году. Сравним два метода, которыми может быть достигнута эта цель. Метод 1: правительство вводит карточную систему, используя один из сверхмощных компьютерных центров Национального научного фонда для определения дистанции пробега каждому из 200 млн водителей в соответствии с их потребностями, чтобы в итоге получилось в среднем 23 тыс. км. Метод 2: водителям рекомендуют особо не озадачиваться, ездить столько, сколько нужно – больше или меньше, – даже не задумываясь над тем, сколько они наездили в прошлом году. Если дядюшка Билли Боб, который раньше ходил на работу в винный магазинчик пешком, теперь накрутит около 160 тыс. км, продавая дробовики оптом в Западном Техасе – пожалуйста! И если тетушка Джейн из Манхэттена, чей пробег складывался в основном из кругов, которые она описывала в поисках парковочного места в те дни, когда убирались на улицах, вдруг выйдет замуж и переедет в Нью-Джерси, нас это ничуть не обеспокоит. Какой из методов окажется ближе к цели: 23 тыс. км на водителя? Метод 1 невозможно проверить, хотя наш небольшой опыт с карточками на бензин свидетельствует: скорее всего он окажется не особенно удачным. Метод 2 вообще-то и был применен: на следующий год водители ездили столько, сколько хотели, даже не пытаясь ограничивать себя какими-то рамками. И каков результат? Согласно данным Национального управления по

безопасности дорожного движения, в тот год водители наездили в общей сложности 2,88 трлн миль, то есть 23 тыс. км на водителя – всего на 160 км больше запланированного. Более того, среди этих самых 200 млн водителей насчитали почти то же (с разницей в 200) число жертв аварий, что и за предыдущий год (42 815 против 42 643).

Мы связываем случайность с отсутствием упорядоченности. И все же, хотя и невозможно спрогнозировать, как повернутся жизни 200 млн водителей, в совокупности их поведение едва ли могло быть более упорядоченным. Те же закономерности можно обнаружить, если исследовать то, каким образом люди голодают, покупают ценные бумаги, женятся или выходят замуж, пропадают, отправляют письма по не тому адресу или сидят в пробке по пути на встречу, на которую они с самого начала не хотели ехать. Или же если измерять длину ног, размер ступней, ширину ягодич или пивных животиков. Когда в XIX в. ученые начали разбираться в ставшей доступной социологической информации, куда бы они ни посмотрели, всюду им виделась одна и та же картина: хаос жизни превращался в измеримые и предсказуемые структуры. Но поразили ученых вовсе не одни лишь закономерности. Их поразила природа варьирования. Они обнаружили, что очень часто социологические данные подчиняются принципу нормального распределения.

Тот факт, что вариации черт характера и поведения человека распределяются по типу распределения ошибок лучника, побудило некоторых ученых изучить цели, на которые направлены стрелы человеческого существования. И, что важнее всего, они попытались понять социальные и физические причины, которые иногда смещают цель. Таким образом, математическая статистика, с помощью которой ученые анализировали



данные, очень пригодилась в совсем другой области: области изучения природы общества.



История статистического анализа информации, связанной с жизнью человека, началась еще в XI в., когда Вильгельм I Завоеватель учредил то, что по сути явилось первым бюро переписи населения. Править он начал в 1035 г., в возрасте семи лет, унаследовав отцу, норманнскому герцогу Вильгельму. Судя по прозвищу, Вильгельм предпочитал завоевывать; в 1066 г. он вторгся в Англию. К Рождеству Вильгельм сам себе преподнес подарок, провозгласив себя английским королем. Его скорая победа привела к небольшому затруднению: кого же именно он завоевал и, главное, какие налоги собирать с новых вассалов? Чтобы ответить на эти вопросы, Вильгельм отправил в разные части Англии посланцев: те должны были описать размеры каждого клочка земли, учесть все, что на нем производится, а также самого владельца<sup>[6]</sup>. Чтобы удостовериться в правильности записей, Вильгельм отправил вторую группу посланцев, которым предстояло проделать ту же самую работу. Поскольку при расчете налогов исходили не из численности населения, а из размеров земельных наделов и их использования, посланцы проделали воистину титанический труд, попытавшись сосчитать каждого быка, корову, свинью, однако не слишком старались, когда собирали сведения о тех, кто убирал за всеми этими животными. Даже если население сосчитали бы точно, особой пользы это не принесло бы. В средние века статистические данные о людях – продолжительность их жизни, болезни – считали недостойными внимания в свете традиционных христианских представлений о смерти. Согласно этим

представлениям, не годилось делать смерть предметом размышлений, а в попытках исследовать законы, управляющие ею, усматривали кощунство. Неважно, от чего умер человек: от легочной инфекции, желудочного заболевания или камня, чья сила воздействия превысила прочность черепной коробки – жизнь и смерть подчинялись воле божьей. Спустя столетия подобный фатализм постепенно уступил место противоположному взгляду: изучая закономерности природы и общества, мы не бросаем вызов авторитету Бога, а скорее проникаемся методами его воздействия.

Взгляды сильно поменялись в XVI в., когда мэр Лондона распорядился еженедельно составлять бюллетени смертности с целью учета крещеных и погребенных по приходам. Десятилетиями эти бюллетени составлялись нерегулярно, но в 1603 г., когда чума особенно свирепствовала, городское управление распорядилось вести учет еженедельно. Теоретики на материке отнеслись к практике учета смертности презрительно, усмотрев в ней не имеющую никакой пользы причуду англичан. Но одному из этих чудаковатых англичан, лавочнику по имени Джон Граунт, учетные данные рассказали о многом<sup>[7]</sup>.

Граунта и его друга Уильяма Петти называют основателями статистики, которую те, кто занимается чистой математикой, иногда считают наукой примитивной. А все из-за того, что статистика интересуется вопросами бытовыми, практическими, и в этом смысле Граунт особенно подходит на роль отца-основателя. Потому как в противоположность некоторым любителям от науки, которые способствовали развитию теории вероятностей – врачу Кардано, юристу Ферма, священнику Байесу – Граунт был всего-навсего торговцем, продавал всякую мелочь вроде пуговиц, ниток, иглок, пригодную в домашнем хозяйстве. Однако Граунт

не был заурядным торговцем пуговицами, он преуспевал, благодаря чему располагал свободным временем, которое тратил на занятия, не имевшие ничего общего с приспособлениями для скрепления лоскутов ткани. Также у него нашлось время и для того, чтобы свести знакомство с величайшими интеллектуалами того времени, в число которых входил и Петти.

Вывод, к которому Граунт пришел, изучив бюллетени смертности, связан с числом умерших от голода. В 1665 г. их оказалось 45 человек – примерно в два раза больше, чем тех, кого лишили жизни посредством казни. Для сравнения: 4 808 человек умерли от чахотки, 1 929 – от сыпного тифа и дифтерии, 2 614 – от зубных болезней и глистов и 68 596 – от чумы. Почему же, в то время как Лондон был буквально наводнен попрошайками, так мало людей умирало от недоедания? Граунт решил, что наверняка голодных подкармливают. И предложил, чтобы пищу голодающим давало государство, освобождая тем самым общество от затрат, а Лондон тем временем освободился бы от тех, кто попрошайничал или приставал к прохожим на улице, за плату навязывая свои услуги. Кроме того, Граунт размышлял над двумя основными теориями распространения чумы. Согласно одной теории, болезнь распространялась посредством зараженного воздуха; согласно другой, передавалась от человека к человеку. Граунт наблюдал за еженедельными сводками смертей и сделал вывод: изменения данных слишком существенны, чтобы считать их случайными, как он думал поначалу, считая правильной вторую теорию. С другой стороны, погода от недели к неделе неустойчива, и Граунт предположил, что изменения данных связаны с первой теорией. Впрочем, оказалось, что Лондон еще не был готов к бесплатным столовым для бедных, а лондонцы предпочитали избавляться от крыс, а не дурного воздуха. Однако великие открытия Граунта

заклучались в ином: статистика может способствовать постижению области знаний посредством изучения ее статистических данных.

Работу Петти иногда рассматривают в качестве предвестника классической экономики<sup>[8]</sup>. Петти считал, что мощь государства зависит от числа и характера его субъектов, ее и отражающих, поэтому в своем анализе вопросов государственного значения он прибегнул к статистике. К анализу Петти подошел с типичных для тех времен позиций – с точки зрения правящего класса, для которого остальные члены общества представляли собой лишь объекты воздействия. Рассуждая о распространении чумы, Петти указал на следующее: деньги следует выделять на профилактику заболевания. Сохранение людских жизней означает сохранение важного фонда, накопленного обществом: мужчины и женщины, достигшие зрелого возраста, способны дать больше, нежели любой другой самый прибыльный капитал. А вот к ирландцам Петти не был так уж милосерден. Например, он пришел к такому выводу: жизнь англичанина с экономической точки зрения представляет собой большую ценность, чем жизнь ирландца, поэтому принудительное переселение всех ирландцев (за исключением немногочисленных пастухов) будет только способствовать процветанию Британии. Однако оказалось, что своим собственным богатством Петти был обязан все тем же ирландцам: в 1650-х гг. ему, в качестве врача сопровождавшему войска вторгшихся в Ирландию англичан, было поручено описать военные трофеи. Он же, описав добычу, прихватил себе немалую ее долю, что сошло ему с рук<sup>[9]</sup>.

Если согласиться с Петти, который считал, что численность и рост населения отражают качество управления в стране, то выходит, что отсутствие приемлемого метода оценки численности населения затрудняет

и оценку методов управления. Самые известные подсчеты Граунта касались как раз этой области – в частности, населения Лондона. Из бюллетеней смертности Граунт знал и о числе новорожденных. Поскольку он в общих чертах представлял себе коэффициент рождаемости, то смог высчитать число женщин репродуктивного возраста. А исходя из этого, вывел общее число семей и, уже из своих наблюдений за лондонскими семьями, отличавшимися средними размерами, вычислял население города. У него получилось 384.000 человек, хотя до него считалось, что население Лондона равно 2 млн. Удивил Граунт и следующим выводом: рост населения происходит в основном за счет переселения из соседних областей, а вовсе не благодаря естественному воспроизводству, способу более медленному, и что, несмотря на все ужасы чумы, численность населения, снижавшаяся во времена самых страшных эпидемий, потом в течение двух лет неизменно восстанавливалась. Кроме того, Граунту обычно приписывают публикацию первого бюллетеня продолжительности жизни, содержавшего систематически распределенные данные, который в наше время широко используется различными организациями – от страховых компаний до Всемирной организации здравоохранения, – заинтересованными в сведениях о продолжительности жизни населения. Из бюллетеня продолжительности жизни можно узнать о том, сколько человек из ста предположительно доживут до того или иного возраста. К данным Граунта (колонка под названием «Лондон, 1662») я добавил колонки, показывающие те же данные для некоторых стран уже в наши дни<sup>[10]</sup>.

В 1662 г. Граунт опубликовал результаты своей аналитической работы, издав книгу «Наблюдения естественного и политического характера, основанные на бюллетенях смертности». Год спустя он был избран

Возраст	Лондон, 1662	Афганистан	Мозамбик	Китай	Бразилия	Британия	Германия	США	Франция	Япония
0	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
6	74	85	97	97	99	100	99	100	100	100
16	40	71	82	96	96	99	99	99	99	100
26	25	67	79	96	95	99	99	98	99	99
36	16	60	67	95	93	98	98	97	98	99
46	10	52	50	93	90	97	97	95	97	98
56	6	43	39	88	84	94	94	92	93	95
66	3	31	29	78	72	87	87	83	86	89
76	1	16	17	55	51	69	71	66	72	77
86	–	4	5	21	23	37	40	38	46	52
96	–	0	0	2	3	8	8	9	11	17

Дополненная таблица бюллетеня продолжительности жизни Граунта

членом Королевского общества. Затем, в 1666 г., когда случился Великий лондонский пожар, во время которого выгорела бóльшая часть города, Граунт лишился своей лавки. Вдобавок ко всему его обвинили в том, что он якобы способствовал ее разрушению, – распорядился, чтобы остановили подачу воды как раз перед тем, как пламя разгорелось. На самом же деле Граунт обратился к людям, тушившим огонь, уже после пожара. Однако после этого обвинения имя Граунта исчезло из списков членов Королевского общества. Через несколько лет Граунт умер от гепатита.

В 1667 г. французы, беря пример с англичан, рассмотрели свое законодательство, введя обязательное составление бюллетеней смертности; пошли они на это по большей части после изучения работы Граунта. За французами последовали и другие европейские страны. К XIX в. статистики по всей Европе только тем и занимались, что собирали для органов управления данные, к примеру, переписи населения, представлявшие собой «лаvinу цифр»<sup>[11]</sup>. Граунт имел целью показать: выводы о населении как едином целом можно сделать, основываясь на небольшой выборке данных по этому населению. Однако хотя Граунт и другие предпринимали героические усилия, пытаясь рассматривать информацию с позиций применения простой логики, большая часть тайн была раскрыта только с появлением изобретений Гаусса, Лапласа и других, живших уже в XIX – начале XX вв.



Термин *statistics*\* пришел в английский язык из немецкого – слово *Statistik*\*\* было упомянуто в переводе книги 1770 г. «Всеобщее начальное образование по Билфилду»: «наука под названием статистика изучает политическое устройство всех современных государств в известном нам мире»<sup>[12]</sup>. К 1828 г. понятие это развилось, и в «Американском словаре английского языка» Уэбстера статистика получила следующее определение: «собрание фактов, имеющих отношение к состоянию общества, людям в пределах нации или страны, их здоровью, продолжительности жизни, внутренней эконо-

---

\* Статистика (англ.)

\*\* Статистика (нем.)

мике, искусству, собственности и политике, состоянию страны и т.д.»<sup>[13]</sup>. Эта область вобрала в себя и методы Лапласа, пытавшегося расширить сферу применения математического анализа, не ограничиваясь звездами и планетами, а включив еще и вопросы повседневной жизни.

Нормальное распределение описывает то, каким образом многие явления варьируют вокруг центрального значения, которое представляет собой их наиболее вероятный исход; в своем труде «Опыт философии теории вероятностей» Лаплас заявлял: эта новая математическая дисциплина может быть применена при оценке свидетельских показаний, расчете процента браков, начислении страховых взносов. Однако к моменту выхода последнего издания «Опыта» Лапласу было уже больше шестидесяти, поэтому развивал его идеи ученый помоложе. Им был Адольф Кетле, родившийся в Генте, Фландрия, 22 февраля 1796 г.<sup>[14]</sup>

Кетле занялся исследованиями вовсе не потому, что его живо интересовали законы, по которым существует общество. Диссертация Кетле, за которую он в 1819 г. получил в Гентском университете первую степень доктора, касалась теории конических сечений – темы из геометрии. Далее Кетле заинтересовался астрономией и около 1820 г. активно поддержал движение за основание новой обсерватории в Брюсселе, где и преподавал. Кетле был человеком амбициозным и наверняка рассматривал обсерваторию как ступеньку на пути к основанию научной империи. Шаг был дерзкий, не в последнюю очередь потому, что Кетле плохо знал астрономию и совсем не умел обращаться с обсерваторией. Но, видимо, он сумел настоять на своем, потому что средства выделили не только на обсерваторию, но и на поездку Кетле в Париж, где он в течение нескольких месяцев ликвидировал пробелы в знаниях.



Оказалось, что деньги были потрачены не зря: Королевская обсерватория Бельгии существует до сих пор.

В Париже Кетле увлекся темой хаотичности в жизни и резко сменил направление своих интересов. Его роман со статистикой начался с того, что он познакомился с выдающимися французскими математиками, среди которых оказались Лаплас и Фурье, и под руководством последнего начал изучать статистику и вероятность. Под конец у Кетле, хотя он и узнал все тонкости обращения с обсерваторией, появилась другая цель – использование математических методов астрономии применительно к социологическим данным.

Вернувшись в Брюссель, Кетле принялся собирать и анализировать демографические данные и вскоре остановился на отчетности по преступности, которую французское правительство начало публиковать в 1827 г. В двухтомном труде «О человеке и развитии его способностей, или Опыт социальной физики», вышедшем в 1835 г., Кетле напечатал годовую сводку убийств, совершенных во Франции в период с 1826 по 1831 гг. Он заметил: число убийств из года в год почти не менялось, как и соотношение убийств, совершаемых разными способами: с помощью пистолетов, мечей, ножей, тростей, камней, режущих и колющих инструментов, пинков и ударов, удушения, утопления и поджога<sup>[15]</sup>. Кроме того, Кетле проанализировал смертность с точки зрения возраста, географического местоположения, времени года, рода деятельности, а также изучил случаи смертей в госпиталях и тюрьмах. Он просмотрел статистические данные по утонувшим, сошедшим с ума и умершим насильственной смертью. И обнаружил статистические закономерности, просматривая случаи самоубийств путем повешения в Париже и количество браков в Бельгии между женщинами за шестьдесят и мужчинами за двадцать.

Подобные исследования проводились и до Кетле, однако Кетле сделал с цифрами нечто большее, чем просто изучил средние значения, – он внимательно присмотрелся к тому, каким образом данные отклоняются от среднего значения. И всюду находил нормальное распределение: в предрасположенности к преступлению, браку и самоубийству, в высоте роста американских индейцев, в размерах грудной клетки шотландских солдат (на данные обмеров 5 738 солдат он наткнулся в старом номере «Эдинбургского журнала по медицине и хирургии»). Что касалось данных по росту 100 тыс. молодых французов призывного возраста, то в отклонениях от нормального распределения он также обнаружил определенные закономерности. Если изобразить данные по числу призывников и данные по их росту в виде графика, то колоколообразная кривая получится искаженной: слишком мало новобранцев, чей рост превышал 158 см, зато тех, чей рост оказался чуть меньше, в качестве компенсации наблюдалось в избытке. Кетле счел, что разница – около 2 200 лишних «коротышек» – получилась в результате мошенничества или, мягко говоря, те, чей рост оказался ниже 158 см, были освобождены от службы.

Десятилетия спустя великий французский математик Пуанкаре воспользовался методом Кетле, чтобы поймать нечистого на руку булочника, который обвешивал покупателей. Пуанкаре, каждый день покупавший буханку свежего хлеба, решил взвесить буханки и заметил: в среднем они весят 950 г, а не обозначенный в прейскуранте 1 кг. Стоило Пуанкаре пожаловаться властям, как ему стали продавать буханки большего веса. Но Пуанкаре все равно не отпускало ощущение, будто хлеб его «не кошерный». И вот он с терпением, какое присуще только ученым великим или же с приличным стажем, принялся взвешивать

буханки: каждый день в течение года. Да, теперь по весу буханки в среднем приблизились к 1 кг; однако если булочник в самом деле давал Пуанкаре первую попавшуюся буханку, число буханок большего веса и меньшего веса, которые должны быть у булочника – об этом я говорил в главе 7 – должно сократиться в соответствии с колоколообразной кривой закона ошибок. Вместо этого Пуанкаре обнаружил слишком мало буханок меньшего веса и избыток буханок большего веса. Из чего сделал вывод: булочник продолжал свое дело, просто теперь, стремясь усыпить бдительность Пуанкаре, продавал ему буханки побольше. Полиция вновь навестила булочника-мошенника, который, судя по словам свидетелей, оказался совершенно не готов к такому визиту и, по-видимому, дал слово исправиться<sup>[16]</sup>.

Кетле наткнулся на полезное открытие: характер распределения случайностей настолько надежен, что в определенных социологических данных его искажение может быть воспринято как свидетельство правонарушения. В наше время подобным образом анализируют данные, слишком обширные для анализа времен Кетле. В последние годы такое «статистическое выслеживание» распространилось, возникло даже новое направление – судебная экономика, – самым известным примером которой является изучение статистической информации с целью выявления компаний, проводящих свои опционные гранты задним числом. Идея проста: компании предоставляют опционные гранты – право покупки акций – позже по цене этих акций на дату предоставления права – в качестве поощрения менеджеров. Если гранты проводятся задним числом, на дату особенно низкой стоимости акций, менеджеры соответственно получают максимальные доходы. Ловко придумано, однако тайное исполнение этой придумки выливается в нарушение законодательства по ценным

бумагам. Кроме того, остаются статистические «отпечатки пальчиков», которые уже привели к раскрытию подобной практики в десятке крупных компаний<sup>[17]</sup>. В менее известном случае Джастин Вулферс, экономист из бизнес-школы Уортона, обнаружил свидетельства мошенничества в результатах более 70 тыс. баскетбольных игр, сыгранных между колледжами<sup>[18]</sup>.

Вулферс обнаружил аномальность, сравнивая форы лас-вегасских букмекеров с истинными исходами игр. Когда одна команда является фаворитом, букмекеры предлагают форы, чтобы привлечь примерно одинаковое число ставок на обе команды. Предположим, что баскетбольную команду Калифорнийского технологического посчитали лучше команды Калифорнийского университета в Лос-Анджелесе (что до спортивных фанатов колледжа, то да, так оно и было в 1950-х гг.). Чем заключать пари с неравномерным распределением, букмекеры могли предложить ставки с равными шансами на победу, однако выплачивать только в том случае, если, к примеру, Калифорнийский технологический выигрывал у Калифорнийского университета с перевесом в 13 и более очков.

Хотя форы устанавливаются букмекерами, на самом деле они зависят от тех, кто делает ставки, поскольку букмекеры выстраивают свою «линию» так, чтобы уравновесить спрос. (Букмекеры зарабатывают на марже, которую закладывают в свои прогнозы, поэтому им выгодно, чтобы по каждому участнику соревнования получалась равная сумма ставок – таким образом, они не остаются в накладе при любом исходе игры.) Чтобы определить, насколько умело оценивают обе команды те, кто делает ставки, экономисты используют число, называемое ошибкой прогнозирования – оно представляет собой разницу между преимуществом команды-фаворита и форой букмекера. Может показаться неудивительным,

что ошибка прогнозирования, будучи ошибкой определенного типа, распределяется в соответствии с принципом нормального распределения. Вулферс обнаружил, что ее среднее – 0, то есть форы не стремятся ни переоценить, ни недооценить команды, и их среднее отклонение равно 10,9 очкам маржи победы. (При изучении футбольных игр профессиональных команд получился сходный результат: среднее – 0 и среднее отклонение – 13,9 очков.)<sup>[19]</sup>

Когда Вулферс изучил подмножество игр, которые включали явных фаворитов, он обнаружил нечто поразительное: слишком мало игр, в которых явные фавориты выигрывали со счетом чуть большим, чем фора, и неожиданно много игр, в которых фаворит выигрывал со счетом чуть меньшим. Что снова возвращает к аномальности Кетле. И, как и Кетле с Пуанкаре, Вулферс сделал вывод о мошенничестве. Свой анализ он строил следующим образом: даже сильнейшему игроку трудно преодолеть фору, однако если команда является явным фаворитом, игрок, не ставя под угрозу шансы команды на победу, может снизить темп в достаточной мере, чтобы команда *не* преодолела фору. Таким образом, если нечистоплотные игроки на тотализаторе задумают жульничество, результатом окажутся те самые искажения, обнаруженные Вулферсом. Доказывает ли работа, проделанная Вулферсом, что в случае определенного процента баскетбольных игр между колледжами игроки брали взятки? Нет, но, как говорит Вулферс, «не должно быть такого, чтобы ситуация на игровом поле отражала ситуацию в игровых заведениях Лас-Вегаса». И вот что еще любопытно: в недавних опросах Национальной студенческой спортивной ассоциации 1,5% игроков признались: они знают товарищей по команде, кто «соглашается брать деньги за плохую игру»<sup>[20]</sup>.



Кетле не ставил перед собой цели найти применение своим идеям в судебных расследованиях. Он метил выше: разобраться с помощью принципа нормального распределения в природе людей и общества. Кетле писал: если сделать 1 тыс. копий статуи, копии окажутся разными из-за ошибок в измерениях и самой работе резчика, и эти отклонения будут подчиняться закону ошибок. Он утверждал: если разнообразие физических признаков у людей подчиняется все тому же закону, напрашивается вывод: мы представляем собой несовершенные копии прообраза. Кетле назвал этот прообраз *l'homme moyen*, то есть «средний человек». Он подозревал, что и для человеческого поведения существует шаблон. Может, менеджер большого универмага и не определит с уверенностью, прикарманит ли недавно взятая на работу чудаковатая кассирша приглянувшийся ей флакончик элитных духов «Chanel Allure», однако он знает: в розничной торговле потери товаров год от года держатся примерно на уровне 1,6%, причем раз за разом от 45% до 48% от этих потерь приходится на долю краж со стороны персонала<sup>[21]</sup>. Кетле писал, что преступления «сродни отчислениям по финансовой смете, которые совершаются с ужасающей регулярностью»<sup>[22]</sup>.

Кетле признавал, что *l'homme moyen* был бы разным для разных культур и что он менялся бы с изменением социальных условий. Именно эти изменения, а также их причины и стремился изучить Кетле. «Человек рождается, растет и умирает в соответствии с определенными законами, – писал он, – и законы эти до сих пор еще не изучены»<sup>[23]</sup>. Ньютон стал отцом современной физики, сформулировав ряд законов, управляющих вселенной. Видя перед собой пример Ньютона, Кетле

жаждал создать новую «социальную физику», которая описывала бы законы поведения человека. По аналогии Кетле выходило: как объект, не будучи потревожен, продолжает двигаться, так и общество при неизменных социальных условиях не меняется. Ньютон описывал, как в результате воздействия физических сил объект отклоняется от движения по прямолинейной траектории; Кетле тоже искал законы поведения человека, описывающие, как социальные силы влияют на общество. Например, Кетле считал, что существенная разница в доходах и большие колебания цен ответственны за преступность и социальные волнения, а вот устойчивый уровень преступности говорит о состоянии равновесия, которое изменяется с изменением основополагающих причин. Недавним примером изменений в социальном равновесии, случившихся после террористического акта 11 сентября 2001 г., может служить следующее: люди стали бояться самолетов, предпочтя передвигаться на машинах. Их страх привел к тому, что смертность на дорогах увеличилась по сравнению с результатами прошлого года на 1 тыс. случаев – что называется, неявные потери теракта<sup>[24]</sup>.

Однако одно дело верить в существование социальной физики, и совсем другое – описать ее. Кетле понял: в случае с истинной наукой теории можно исследовать экспериментальным путем – помещая людей в различные ситуации и оценивая их поведение. Поскольку это невозможно, Кетле сделал вывод, что социология более походит на астрономию, нежели на физику: социологические исследования строятся на основе пассивных наблюдений. Таким образом, пытаясь раскрыть законы социальной физики, Кетле изучал временные и культурные изменения, происходящие с *l'homme moyen*.

Идеи Кетле были восприняты другими учеными, особенно во Франции и Великобритании. Один

физиолог даже зашел так далеко, что собрал из писсуара в мужском туалете при железнодорожной станции образцы мочи людей разных национальностей с тем, чтобы выделить свойства «среднеевропейской мочи»<sup>[25]</sup>. В Британии у Кетле был ученик, уверовавший в его идеи с особенным энтузиазмом – Генри Томас Бокль, состоятельный человек, шахматист и историк, более известный своим многотомным трудом «История цивилизации в Англии», отличавшимся смелостью замысла. К несчастью, в 1861 г., остановившись во время путешествия в Дамаске, сорокалетний Бокль заболел тифом. Ему советовали местного врача, однако он, узнав, что врач – француз, отказался, в результате чего умер. Бокль не закончил свой труд. Однако успел написать два тома; в первом история представлялась с точки зрения статистики и была основана на работе Кетле. Труд Бокля тут же получил признание. Он распространился по всей Европе, вышли переводы на французский, немецкий, русский. Дарвин читал труд Бокля, и Альфред Рассел Уоллес читал, а Достоевский – даже дважды<sup>[26]</sup>.

Несмотря на популярность произведения Бокля, вердикт истории был таков: в математических изысканиях Кетле оказалось больше смысла, нежели в изысканиях социальной физики. Во-первых, не все то, что происходит в обществе, особенно в мире финансов, соответствует нормальному распределению. Например, если бы доходы от показа фильма распределялись нормально, большинство фильмов приносили бы некий средний доход, а две трети доходов от всех фильмов оставались бы в пределах среднего отклонения. Однако в кинематографическом бизнесе 20% фильмов приносят 80% доходов. Такие сферы деятельности, которые развиваются за счет хитов, хотя и совершенно непредсказуемы, повинуются совсем



иному распределению, такому, для которого понятия «среднее» и «среднее отклонение» ничего не значат ввиду отсутствия «типичного» производства, а мегахитовые выбросы, которые в обычной сфере деятельности бывают раз в несколько сот лет, тут происходят неизмеримо чаще<sup>[27]</sup>.

Да, Кетле обошел своим вниманием распределения другой вероятности, однако обиднее то, что ему не удалось осуществить свое намерение – значительно продвинуться в попытках раскрыть законы и силы, которым он отдал столько сил и времени. Поэтому в конце концов непосредственное влияние Кетле на социальные науки оказалось весьма скромным, однако его наследие невозможно переоценить, оно имело далеко идущие последствия. И не для социальных наук, а для наук естественных, где его подход к толкованию порядка в большом количестве случайных событий вдохновил многих ученых и послужил толчком к созданию революционного труда, трансформировавшего способ мышления и в биологии, и в физике.



Именно двоюродный брат Чарльза Дарвина применил статистический анализ в биологии. В 1840 г. Фрэнсис Гальтон, человек, располагавший временем, поступил в кембриджский Тринити-Колледж<sup>[28]</sup>. Поначалу он изучал медицину, но затем по совету Дарвина занялся математикой. Ему было двадцать два, когда отец умер, в результате чего Фрэнсис унаследовал немалое состояние. Гальтону никогда не приходилось зарабатывать себе на жизнь, и он, оставаясь любителем, занялся наукой. Особенно его интересовали измерения. Он измерял человеческие головы, носы, руки и ноги, количество суетливых движений, которые слушатели

совершали во время лекций, степень привлекательности девушек на улице (лондонские девушки получили самые высокие баллы, самые низкие оказались у девушек из шотландского Абердина). Он измерял характерные особенности отпечатков пальцев – потом, в 1901 г., эту практику распознавания по отпечаткам пальцев взяли на вооружение в Скотленд-Ярде. Он даже высчитал продолжительность жизни правителей и священников, которая оказалась такой же, как и у людей другого положения и рода деятельности, из чего Гальтон заключил: молитва в этом отношении не дает никаких преимуществ.

В своей книге 1869 г. под названием «Наследственность таланта. Законы и последствия» Гальтон написал: часть людей, выстроенных по росту, должна со временем сохранить практически то же соотношение, а принципу нормального распределения подчиняется не только рост, но и прочие физические признаки: окружность головы, размер мозга, вес серого вещества, количество мозговых нитей и так далее. Однако на этом Гальтон не остановился. Он верил, что и характер человека также задается наследственностью и, как и физические черты, подчиняется принципу нормального распределения. Согласно Гальтону, мужчины не «равны как ячейки общества, [не] каждый из них имеет право голоса и прочее»<sup>[29]</sup>. Гальтон утверждал: около 250 мужчин из каждого миллиона наследуют исключительные способности к тому или иному занятию и в результате добиваются в своей области значительных успехов. (Поскольку во времена Гальтона женщины не работали, для них он такой анализ не проводил.) Основываясь на этих идеях, Гальтон основал новую науку и назвал ее евгеникой: от греческих *eu* (хороший) и *genos* (рождение). Спустя годы принципами евгеники воспользовались совершенно разные

люди в совершенно разных целях. Термин и некоторые концепции Гальтона переняли нацисты, однако нет никаких свидетельств тому, что сам Гальтон одобрил бы их кровавые замыслы. Он стремился найти способ, с помощью которого можно было бы улучшить человеческую породу посредством селекционного отбора.

Большая часть главы 9 посвящена выяснению причин, по которым простое причинно-следственное толкование Гальтоном успеха казалось таким привлекательным. Однако в главе 10 мы увидим, что из-за великого множества предсказуемых и случайных препятствий, которые нужно преодолеть, чтобы справиться с задачей любой сложности, связь между способностями и исполнением вовсе не такая прямая, чтобы идеи Гальтона ее объясняли. В последние годы психологи обнаружили: в плане достижения успеха способность преодолеть трудности не менее важна, чем наличие таланта<sup>[30]</sup>. Вот почему эксперты часто говорят о «правиле десяти лет», подразумевая, что для большинства занятий требуется как минимум десять лет напряженного труда, чтобы добиться значительных результатов. При мысли о том, что огромное значение имеет не только наличие врожденных способностей, но и прилагаемые усилия, в конце концов, удача, кто-то может и приуныть. Однако я смотрю на это совсем иначе: пусть наше генетическое «лицо» и не поддается контролю, мы можем прилагать усилия ровно в той степени, в какой считаем нужным. Да и с удачей все не так безнадежно: путем большого числа повторений мы можем повысить свои шансы на успех.

Какими бы ни были плюсы и минусы евгеники, исследования Гальтона в области наследственности привели к открытию двух математических понятий, которые являются центральными в современной статистике. Первое открытие Гальтон совершил в 1875 г.,

после того, как раздал семи друзьям пакетики со стручками душистого горошка. Каждый друг получил семена одинакового размера и веса, а вернул Гальтону семена уже следующих урожаев. Гальтон измерил семена: в среднем диаметр семян, уродившихся от мелких горошин, был больше, чем диаметр родителей. Позднее, подключив данные из лаборатории, основанной им в Лондоне, Гальтон заметил то же самое и в отношении роста уже людей: родителей и детей. Этот феномен – когда группа крайних результатов сопровождается результатами, которые в среднем менее экстремальны, – Гальтон назвал регрессией к среднему.

Вскоре Гальтону стало ясно: процессы, не подпадающие под определение регрессии к среднему, в конце концов выходят из-под контроля. Например, предположим, что сыновья высоких отцов в среднем будут такими же высокими, как и их отцы. Поскольку рост каждого разнится, некоторые сыновья окажутся выше. А теперь представим следующее поколение, и предположим, что сыновья более высоких сыновей, внуки, тоже в среднем такие же высокие, как и их отцы. Некоторые из них также будут выделяться ростом по сравнению с отцами. Таким образом, из поколения в поколение самые высокие будут становиться все выше и выше. Однако благодаря регрессии к среднему этого не происходит. То же самое можно сказать и о врожденных умственных способностях, художественном таланте или способности ловко бить по мячу в гольфе. Очень высоким родителям не следует ожидать таких же высоких детей, очень умным родителям не стоит ожидать, что их отпрыски будут семи пядей во лбу, а многочисленные Пикассо и Тайгеры Вудсы\* зря понадеются на

---

\* Тайгер Вудс – известный игрок в гольф.

то, что их прямые потомки сравниваются с ними своим гением. С одной стороны, у очень приземистых родителей могут родиться высокие дети, так что те из нас, кто не может похвастать блестящим умом или не умеет рисовать, вполне могут надеяться на исправление этих недостатков в следующих поколениях.

Через объявления Гальтон привлекал испытуемых в свою лабораторию, где проводил измерения: роста, веса, даже некоторых костей. Его целью было найти определенный метод, позволявший вычислять данные детей, основываясь на данных их родителей. На одном из графиков Гальтона были показаны данные по росту родителей и детей. Если, скажем, рост всегда был одним и тем же, получалась аккуратная прямая, поднимающаяся под углом в 45 градусов. Если же это соотношение в целом сохранялось, однако индивидуальные данные отличались, возникал пунктир выше и ниже прямой. Таким образом, график Гальтона демонстрировал наглядно не только общее отношение между ростом родителей и детей, но и то, до какой степени это отношение сохранялось. Что является вторым важным открытием и вкладом в статистику: определение математического показателя, описывающего это отношение. Гальтон назвал этот показатель коэффициентом корреляции.

Коэффициент корреляции – это число между  $-1$  и  $1$ ; если оно приближается к  $\pm 1$ , две переменные связаны между собой линейно;  $0$  же означает отсутствие связи. Например, данные показывают: наедаюсь в «Макдоналдсе» на 1 тыс. калорий раз в неделю, человек поправляется на 4,5 кг в год, а съедая 1 тыс. калорий дважды в неделю, на 9 кг. И так далее. Коэффициент корреляции в таком случае равен 1. Если по какой-то причине каждый, наоборот, терял бы этот вес, коэффициент корреляции был бы равен  $-1$ . А если бы данные

о прибавке в весе и его потере были бы разбросаны по всему графику и не зависели от потребления еды, коэффициент равнялся бы 0. В наше время понятие «коэффициент корреляции» – одно из самых широко употребляемых в статистике. К примеру, оно используется для того, чтобы проследить связь между количеством выкуренных сигарет и раковых заболеваний, расстоянием звезд от Земли и скоростью, с которой они удаляются от нашей планеты, баллами, получаемыми студентами по унифицированным тестам, и доходом в семьях этих студентов.

Труд Гальтона имел значение не только благодаря своей непосредственной важности, но еще и потому, что подвиг на дальнейшие исследования в области статистики, в результате чего наука быстро развивалась и крепла. Важную роль тут сыграл Карл Пирсон, ученик Гальтона. Ранее в этой главе я упоминал множество различных типов данных, которые распределяются в соответствии с принципом нормального распределения. Однако когда мы имеем дело с ограниченным количеством данных, кривая нормального распределения совершенной формы никогда не получится. В период становления статистики ученые, чтобы определить, действительно ли данные распределяются в соответствии с принципом нормального распределения, поступали очень просто: строили график и смотрели, какой получается кривая. Однако каким образом можно выразить количественно точность соответствия? Пирсон изобрел метод, называемый проверкой по критерию хи-квадрат, с помощью которого можно определить верность своего предположения относительно действительного соответствия набора данных распределению. В июле 1892 г. Пирсон провел в Монте-Карло эксперименты, заключавшиеся в точном повторении

действий Джаггера<sup>[31]</sup>. В одном эксперименте у Пирсона, как и у Джаггера, выпадавшие числа не соответствовали распределению, какому должны были соответствовать, выдавай рулеточное колесо действительно случайные результаты. В другом эксперименте Пирсон выяснял, сколько пятерок и шестерок выпадает за 26 306 подбрасываний двенадцати костей. И обнаружил, что распределение не такое, какое было бы в вероятностном эксперименте с идеальной костью – то есть в таком эксперименте, в котором вероятность пятерки или шестерки при одном броске была бы равна 1 из 3, или 0,3333. Однако соответствие наблюдалось, если вероятность пятерки или шестерки была 0,3377 – то есть, если кость не была идеальной. В случае с рулеткой игра могла быть сфальсифицированной, однако у костей отклонения могли быть обусловлены неточностями при изготовлении, каковые, как настаивал мой друг Моше, всегда присутствуют.

В наше время проверка по критерию хи-квадрат применяется во многих случаях. Предположим, что вместо испытаний с привлечением костей вы решите провести испытания с тремя пачками из-под хлопьев на предмет их привлекательности для потребителя. Если у потребителей нет предпочтений, можно ожидать, что около 1 из 3 выскажутся за каждую из пачек. Как мы убедились, на практике результаты редко когда распределяются с такой равномерностью. Проведя проверку по критерию хи-квадрат, вы определите, насколько вероятно, что пачка-победитель получит больше голосов в результате потребительских предпочтений, нежели простой случайности. Так же предположим, что исследователи одной фармацевтической компании проводят эксперимент: испытывают два способа лечения, используемые для предупреждения резкого отторжения трансплантата. Они могут

прибегнуть к проверке по критерию хи-квадрат, чтобы определить, существует ли статистически значимая разница между результатами. Или же предположим, что перед открытием нового автосалона руководитель финансовой службы компании по прокату автомобилей ожидает, что 25% клиентов потребуются автомобили среднего класса, 50% – малолитражки и 12,5% – автомобили средней категории и «других». Когда начинают поступать данные о продажах, проверка по критерию хи-квадрат может помочь руководителю быстро проверить: правильны ли его предположения или же новый салон нетипичен и стоит переориентироваться в соответствии со спросом.

Через Гальтона работа Кетле проникла в биологию. Однако внесла она оживление и в физику: Джеймс Максвелл и Людвиг Больцман, двое из основателей статистической физики, черпали свое вдохновение из теорий Кетле. (Как и Дарвин с Достоевским, о теориях они прочитали в книге Бокля.) В конце концов, если грудные клетки 5 738 шотландских солдат идеально распределяются в виде кривой нормального распределения, а среднегодовой пробег 200 млн водителей из года в год варьирует в пределах каких-то 160 км, не нужно быть Эйнштейном, чтобы догадаться: 10 септиллионов или около того молекул в литре газа могут продемонстрировать некоторые любопытные закономерности. Хотя, по правде говоря, все-таки нужно быть Эйнштейном, чтобы наконец убедить научное сообщество в необходимости нового подхода к физике. Альберт Эйнштейн сделал это в 1905 г., том самом, когда опубликовал свою первую работу по относительности. И хотя этот труд Эйнштейна мало известен массам, в статистической физике он произвел революцию. И в научной литературе на эту работу Эйнштейна потом ссылались чаще, чем на любую другую его работу<sup>[32]</sup>.





Работа Эйнштейна 1905 г. по статистической физике имела своей целью объяснение феномена, называемого броуновским движением. Феномен получил свое название по имени Роберта Броуна, ботаника, специалиста мирового класса по микроскопии и человека, который, как считается, первым внятно описал клеточное ядро. Броун неуклонно преследовал цель: с помощью наблюдений открыть источник жизненной силы, этот загадочный фактор, благодаря которому, как считалось в то время, объект наделялся свойствами живого существа. Искания Броуна были обречены на неудачу, но однажды, в июне 1827 г., ему показалось, что он достиг цели.

Наблюдая в лупу за цветочной пылью, Браун обратил внимание: гранулы пыли как будто двигаются<sup>[33]</sup>. Хотя пыльца и является источником жизни, сама по себе она не живой организм. Однако сколько Броун ни смотрел, движение не прекращалось – гранулами как будто двигала некая таинственная энергия. Это движение не было намеренным, наоборот, оно походило на случайное. Взволнованный Броун поначалу решил было, что он наконец-то у цели – чем еще могла быть эта энергия как не энергией, порождающей саму жизнь?

В процессе экспериментов, которые Броун со всем тщанием ставил последующие несколько месяцев, он заметил: тот же самый тип движения наблюдается и среди самых разных частичек органической природы, помещенных в виде взвеси в воде и иногда в джине: разлагающихся волокон телятины, паутины, «черной от лондонской пыли», даже собственной мокроты. А затем последовал смертельный удар, сведший на нет столь желанную интерпретацию открытия, – Броун распознал движение, в котором участвовали и неорганические частички: асбест, медь, висмут, сурьма, марганец.

Ему стало ясно, что наблюдаемое им движение не связано с понятием об источнике жизни. Истинная причина броуновского движения, как выяснится, – та же сила, которой подчиняются закономерности человеческого поведения, подмеченные Кетле, – сила не физическая, а очевидно, обусловленная принципом случайности. К сожалению, Броун не дожил до тех времен, когда феномену дали объяснение.

Основа для понимания броуновского движения была заложена в последующие десятилетия после работы Броуна – Больцманом, Максвеллом и другими. Вооруженные теориями Кетле, они создали новую область – статистическую физику, прибегнув к математически подкрепленной вероятности и статистике, – чтобы объяснить, каким образом свойства жидкостей происходят из движения (тогда гипотетического) атомов, их составляющих. Еще несколько десятилетий идеи ученых не находили отклика. У некоторых коллег были возражения по части математических выкладок. Другие возражали, поскольку в то время никому еще не удавалось увидеть атом, и ни у кого не было уверенности, что это когда-либо произойдет. Однако физики в большинстве своем практики, поэтому самым большим препятствием на пути к приятию объяснения было следующее: хотя теория и воспроизводила некоторые уже известные законы, ничего нового она не давала. Так продолжалось до 1905 г. – уже и Максвелла давно не было в живых, и Больцман, находясь в состоянии уныния, вскоре покончил самоубийством, – когда Эйнштейн воспользовался новорожденной теорией, чтобы с невероятной подробностью объяснить точный механизм броуновского движения<sup>[34]</sup>. Необходимость статистического подхода к физике никогда больше не подвергнется сомнению, а идея о том, что вещество состоит из атомов и молекул, окажется той самой базой, на которой

возникнут современнейшие технологии, а также одной из важнейших во всей истории физики.

Как мы узнаем из главы 10, случайное блуждание молекул в жидкости можно рассматривать в качестве своеобразной метафоры наших жизненных путей, поэтому стоит уделить работе Эйнштейна еще немного времени. На атомарном уровне движение молекул воды выглядит хаотичным. Молекулы перемещаются то туда, то сюда, движутся по прямой лишь до столкновения с другой молекулой. Как я уже писал в прологе, такой тип движения, при котором в различных точках направление произвольно меняется, часто называют «походкой пьяного» – вполне очевидное название для каждого, кому случалось перебрать мартини (математики и вообще ученые из числа трезвенников называют это движение «случайным блужданием»). Согласно атомарной теории, частички, плавающие в жидкости, постоянно бомбардируются молекулами жидкости; если это так, то можно ожидать, что они будут смещаться в разных направлениях. Однако в связи с картиной броуновского движения возникают два затруднения. Первое: молекулы слишком легки, чтобы сдвинуть с места видимые плавающие частички. Второе: молекулярные столкновения случаются гораздо чаще, нежели наблюдаемые смещения от якобы столкновений. Гениальность Эйнштейна объясняется уже тем, что он догадался: эти два вопроса взаимосключающи; хотя столкновения происходят очень часто, из-за того, что молекулы очень легкие, отдельные столкновения невидны. Лишь по чистой случайности – тут приходит на ум сравнение с рекордным годом бейсболиста Роджера Мариса – наблюдаются видимые смещения. Когда Эйнштейн произвел математические подсчеты, он обнаружил: несмотря на хаотичность на уровне наблюдений в микроскоп, существует предсказуемая связь между такими факторами, как размер, число, скорость

молекул, и наблюдаемой частотой и амплитудой смещений. Поначалу Эйнштейн связал новые, измеримые результаты со статистической физикой. Возможно, это покажется исключительно техническим достижением, но на самом деле это огромная победа: большая часть того упорядоченного, что мы наблюдаем в природе, скрывает под собой невидимую беспорядочность и, следовательно, может быть понята лишь с помощью правил случайности. Как написал Эйнштейн: «Возникает невероятное ощущение, когда осознаешь единство совокупности феноменов, которые кажутся совершенно далекими от истинности при прямом на них взгляде»<sup>[35]</sup>.

В математическом анализе Эйнштейна нормальное распределение опять же играет ключевую роль, восходя еще на одну ступеньку славы в истории развития науки. Случайное блуждание тоже стало одним из основополагающих, а вскоре и одним из самых изучаемых процессов в природе. По мере того, как ученые разных областей знаний начали признавать статистический подход к изучению совершенно оправданным, они увидели следы случайного блуждания практически везде: в полетах москитов, рыскающих в поисках пищи на просторах вырубленных африканских джунглей, в химических реакциях при производстве нейлона, в образовании пластмасс, в движении свободных квантовых частиц, а также цен на акции, даже в эволюции разума на протяжении миллиардов лет. В главе 10 мы рассмотрим влияние случайности на наш собственный жизненный путь. Однако, как мы вскоре убедимся, хотя в случайных изменениях и присутствуют упорядоченные структуры, они не всегда наполнены смыслом. Важно разглядеть смысл там, где он есть, но и не менее важно не пытаться выудить его оттуда, где его нет. Непросто избавиться от иллюзии наличия смысла в случайных структурах. Об этом речь в следующей главе.

## ИЛЛЮЗИЯ ЗАКОНОМЕРНОСТИ И ЗАКОНОМЕРНОСТЬ ИЛЛЮЗИЙ

В 1848 г. две девочки, Маргарет и Кейт Фокс, услышали странный шум, будто кто-то стучит или передвигает мебель. Ходили слухи, что в их доме живут привидения. Известно<sup>[1]</sup>, что Кейт тогда решила пощелкать пальцами – вдруг призрак повторит за ней. Или стуком сообщит, сколько ей лет. Он сделал и то, и другое. В течение последующих дней сестры с матерью и соседями придумали код, чтобы общаться со стукачом (простите за невольный каламбур). Они пришли к выводу, что это дух коммивояжера, убитого несколькими годами ранее, еще до того, как они поселились в доме. Так появился современный спиритизм – представление о том, что мертвые могут общаться с живыми. В начале 50-х гг. XIX в. Соединенные Штаты и Европу охватила мода на спиритические сеансы, в ходе которых духи давали ответы при помощи стука, а также на схожее по принципу столоверчение. В сеансе участвовала группа людей: они садились вокруг стола, клали на него руки и ждали. Если общение происходило посредством стука, то через некоторое время они слышали стук, при столоверчении стол начинал наклоняться или передвигаться, иногда увлекая за собой сидящих. Воображение рисует серьезных бородатых господ

в долгополых сюртуках и дам в кринолинах: широко раскрытыми от изумления глазами они следят за тем, как их руки двигаются вместе со столом.

Столоверчение стало настолько популярным, что летом 1853 г. ученые взялись изучать это явление. Группа врачей заметила: за то время, пока участники молча сидели, среди них возникало безотчетное согласие в отношении направления движения стола<sup>[2]</sup>. Когда же внимание спиритуалистов отвлекли, единство ожидания среди них не сформировывалось – стол не двигался. Во время другого опыта создавали такие условия, при которых одна половина участников полагала, что стол будет двигаться налево, а другая – направо; стол снова остался на месте. Врачи пришли к выводу, что «движение было вызвано мышечным действием, по большей части неосознанным». Подробно данный вопрос изучал физик Майкл Фарадей, один из создателей электромагнитной теории, изобретатель электродвигателя и выдающийся экспериментатор<sup>[3]</sup>. Фарадей первым обнаружил, что описанное явление имело место даже тогда, когда в сеансе участвовал только один человек. Затем, прибегнув к помощи «в высшей степени уважаемых» и опытных медиумов, он провел серию своеобразных, сложных экспериментов, доказавших: движение рук сидящих за столом во время сеанса предшествовало движению стола. В дальнейшем Фарадей создал прибор, который тут же оповещал спиритуалистов, если их руки начинали двигаться. Он обнаружил, что «как только [прибор] размещали перед самым убежденным [участником], власть [иллюзии] исчезала, и происходило это только потому, что спиритуалистов заставляли осознать свои действия»<sup>[4]</sup>.

Как и врачи, Фарадей пришел к выводу: сидящие неосознанно тянули и толкали стол. Возможно,

движение начиналось с хаотичных подергиваний. Затем на определенном этапе участники сеанса усматривали в этой беспорядочности некую закономерность, которая усиливала их сбывшееся ожидание, когда руки подопытных следовали, как им казалось, за столом. Ценность своего прибора Фарадей видел в «корректирующем влиянии на сознание медиума»<sup>[5]</sup>. Он доказал: человеческое восприятие возникает не в результате объективных факторов, а благодаря воображению<sup>[6]</sup>.

Восприятие требует воображения, поскольку данные, с которыми люди сталкиваются, никогда не являются полными и однозначными. Например, по мнению большинства, получить самое достоверное доказательство события – значит увидеть его собственными глазами, и в суде свидетельские показания очевидца имеют наибольшее значение. Однако если вас попросят предъявить суду видеозапись такого же качества, как и необработанные данные с сетчатки человеческого глаза, судья просто не поймет, что же вы пытаетесь продемонстрировать. Во-первых, на изображении будет слепое пятно в том месте, где зрительный нерв соединяется с сетчаткой. Во-вторых, в поле человеческого зрения имеется лишь небольшая зона с хорошей четкостью изображения. Она ограничена углом зрения приблизительно в один градус вокруг центра сетчатки, а ее площадь шириной с большой палец, каким мы его видим на расстоянии вытянутой руки. За пределами данной зоны четкость изображения существенно падает. Компенсируя это, мы постоянно перемещаем взгляд, таким образом, в поле более высокой резкости попадают все части объекта, который мы хотим рассмотреть. Таким образом, последовательность необработанных данных, передаваемых в мозг – это нечеткое изображение с сильной зернистостью и слепым

пятном. К счастью, мозг получает изображение с обоих глаз и достраивает его, исходя из того, что расположенные рядом зоны подобны и способны дополнять друг друга<sup>[7]</sup>. В результате – по крайней мере, до тех пор, пока не скажутся возраст, травма, заболевание или чрезмерное увлечение алкоголем – пребывающий в безмятежном неведении человек питает иллюзию, будто у него острое, четкое зрение.

Люди избирают кратчайший путь и прибегают к помощи воображения, чтобы заполнить пробелы в данных невизуального характера. Как и в случае с визуальной информацией, на основании неточных и неполных сведений мы делаем выводы и приходим к заключению, что наша «картинка» отчетлива и достоверна. Но так ли это на самом деле?

Разработав методы статистического анализа, ученые смогли оградить себя от ложных закономерностей и решить, поддерживает ли ряд наблюдений гипотезу или, напротив, мнимое подтверждение случайно. Например, когда ученому-физику нужно определить, являются ли показания суперколлайдера значимыми, он не рассматривает все графики в поисках столкновений частиц, которые выделяются на уровне помех, а применяет математические методы. Один из этих методов – оценка статистической значимости – был разработан в 20-е гг. XX в. Р.А. Фишером, одним из величайших статистиков. Также он известен вспыльчивым характером и враждой со своим коллегой Карлом Пирсоном, одним из основателей статистики; противостояние было настолько ожесточенным, что Фишер еще долгое время нападал на своего заклятого врага после кончины того в 1936 г.

Чтобы проиллюстрировать идеи Фишера, предположим, что студент в ходе эксперимента по экстрасенсорному восприятию предсказывает, как упадет монета.



Если студент почти всегда прав, мы можем выдвинуть гипотезу, что он предсказывает осознанно, например, благодаря своим экстрасенсорным возможностям. С другой стороны, если студент оказывается прав приблизительно в половине случаев, это говорит о том, что он просто-напросто угадывает. Но что если данные оказываются где-то посередине или их недостаточно? В какой момент мы примем гипотезу либо откажемся от нее? Это и выясняется с помощью оценки статистической значимости: формальной процедуры, позволяющей оценить вероятность того, что наши наблюдения соответствуют действительности, *если* данная гипотеза верна. Если вероятность невелика, мы отклоняем гипотезу. Если высока – мы ее принимаем.

Предположим, мы настроены скептически и исходим из того, что студент не может заранее знать, как упадет монета. Допустим, во время эксперимента он несколько раз предсказывает правильно. Рассмотренные в главе 4 методы позволяют вычислить вероятность того, что студент угадывает по чистой случайности. Если он верно предсказывал то, как упадет монета, так часто, что вероятность его исключительного везения составляет, скажем, всего 3%, мы отклоняем гипотезу о том, что он всего-навсего угадывал. На языке оценки статистической значимости это означает, что уровень значимости отказа от гипотезы – 3%, имея в виду, что в 3% случаев данные ввели нас в заблуждение. 3%-ный уровень значимости – это очень даже неплохо, и средства массовой информации, ухватившись за описанный эксперимент, раструбили бы о доказанности существования экстрасенсорных способностей. Все же те из нас, кто не верит в сверхъестественные силы, сохранили бы скептический настрой.

Приведенный пример демонстрирует важное положение: даже если данные значимы на, скажем, 3%,

тестируя 100 человек, не являющихся экстрасенсами, на наличие сверхъестественных способностей или 100 недействительных препаратов на эффективность, вы должны быть готовы к тому, что несколько человек проявят экстрасенсорные способности или некоторые лекарства проявят себя как действенные. Вот одна из причин, по которой результаты политических выборов или медицинских исследований, особенно не отличающихся масштабностью, противоречат данным предварительных опросов или более ранних исследований. И все же оценка статистической значимости и другие подобные методы являются большим подспорьем для ученых, особенно когда у тех есть возможность проводить широкомасштабные контролируемые исследования. В быту мы не проводим такие эксперименты, да и подсознание наше статистическим анализом не занимается, вместо этого мы полагаемся на инстинкт. Как-то оказалось, что приобретенная мной печь-камин фирмы «Викинг» – исключительное барахло, и случайно я узнал, что у одной моей знакомой сложилось ровно такое же впечатление. Тогда я стал предупреждать друзей, чтобы они не покупали товары этой марки. Когда, летая рейсами «Юнайтед эрлайнс», я несколько раз наткнулся на стюардесс, более раздражительных, чем на рейсах других авиакомпаний, я стал выбирать других перевозчиков. Располагая небольшим количеством данных, я инстинктивно вывел закономерность.

Иногда подобные закономерности имеют значение, иногда – нет. В обоих случаях тот факт, что наше восприятие закономерностей в повседневных ситуациях обладает в равной степени и большой убедительностью и высокой субъективностью, имеет под собой подоплеку. Данный факт предполагает некоторую относительность, то есть, как доказал Фарадей, у каждого свое представление о действительности.

Например, в 2006 г. издание «The New England Journal of Medicine» обнародовало результаты исследования, на проведение которого было потрачено 12,5 млн. долларов. В исследовании приняли участие пациенты с диагнозом «остеоартрит коленного сустава». По итогам было выявлено, что комплекс биологически активных добавок с аминокислотой и хондроитином так же неэффективен в качестве болеутоляющего, как и плацебо. Тем не менее один именитый врач никак не мог расстаться с этим убеждением и продолжал настаивать на пользе добавок. Свои выводы он озвучил в выступлении по радио, убеждая слушателей в возможной пользе подобного лечения таким примером: «У врача моей жены есть кот, и жена говорит, что этот кот утром просто не может встать без небольшой дозы аминокислоты и хондроитинсульфата»<sup>[8]</sup>.

При более внимательном рассмотрении мы обнаружим, что в современном обществе многие расхожие мнения основаны, как и столоверчение, на общепринятых иллюзиях. В то время как в главе 8 рассматривалось, с какой поразительной регулярностью происходят случайные события, теперь мы подойдем к вопросу с другой стороны: проанализируем, каким образом события, на первый взгляд имеющие явную причину, могут на самом деле оказаться результатом случайности.



Человеку свойственно выискивать в событиях модели и приписывать им значения. Канеман и Тверский проанализировали множество методов быстрой оценки характера данных и принятия решения в условиях неопределенности. Они назвали такие методы «сокращенными эвристическими процедурами». В целом, эвристические процедуры полезны, но, как и наш способ

обрабатывать визуальную информацию иногда приводит к зрительным иллюзиям, так и эвристические процедуры могут иногда приводить к систематическим ошибкам. Канеман и Тверский назвали такие ошибки «ошибками предвзятости». Все мы пользуемся эвристическими процедурами, и все страдаем от ошибок предвзятости. Если зрительные иллюзии мало что значат в нашей повседневной жизни, то ошибки предвзятости играют важную роль в принятии решений. Поэтому в конце XX в. появилось направление, изучающее, каким образом человеческий разум воспринимает случайность. Ученые пришли к выводу, что «у людей смутное представление о случайности, они не способны распознать и осознанно воспроизвести ее»<sup>[9]</sup>, и, что хуже всего, мы постоянно недооцениваем роль случая в нашей жизни и принимаем решения, которые нам явно не пойдут на пользу<sup>[10]</sup>.

Представьте некую последовательность событий. Это могут быть квартальные дивиденды или ряд удачных или неудачных свиданий, организованных сайтом знакомств. В обоих случаях, чем длиннее последовательность или чем большее количество последовательностей вы анализируете, тем выше вероятность, что обнаружится любая закономерность, какую только можно себе вообразить, причем исключительно случайно. На самом деле, для последовательности «хороших» или «плохих» кварталов или удачных или неудачных свиданий вообще не требуется причина. Прекрасный пример привел математик Джордж Спенсер-Браун: в случайной последовательности 10 в степени 1 000 007 нулей и единиц следует ожидать по меньшей мере 10 непересекающихся подпоследовательностей 1 млн. следующих друг за другом нулей<sup>[11]</sup>. Представьте бедолагу, который натолкнулся на одну из этих цепочек, пытаясь использовать случайные числа



выбранных бросков. И все же многим это кажется удивительным. В итоге, когда за последовательностью Х и О стоят не результаты бросков монеты, а некие события, влияющие на жизнь, люди ищут весомые причины возникновения этих закономерностей. Когда ряд О обозначает достижения вашего любимого спортсмена, вы охотно верите комментатору, который убедительно вещает об удачной полосе в карьере игрока. И когда Х и О обозначают ряд провалившихся один за другим фильмов кинокомпаний «Парамаунт» и «Коламбия Пикчерз», все понимающе кивают, потому что бульварная пресса уже назвала ту, которая способна заинтересовать зрителей во всем мире.

Много усилий затрачивается на изучение моделей случайного успеха на финансовых рынках. Например, есть много доказательств того, что динамика котировок акций случайна или близка к случайной, а без доступа к внутренней информации и с учетом затрат на заключение сделок или управление инвестиционным портфелем вы не сможете заработать ни на каких отклонениях от произвольности<sup>[14]</sup>. Тем не менее на Уолл-стрит есть давняя традиция привлекать экспертов-аналитиков, чья средняя зарплата в конце 90-х гг. XX в. составляла порядка 3 млн долларов<sup>[15]</sup>. Чем же занимаются эти аналитики? По результатам исследования 1995 г., из двенадцати самых высокооплачиваемых «суперзвезд Уолл-стрит», приглашенных деловым изданием «Барронс», чтобы те за ежегодным круглым столом дали рекомендации по игре на рынке, восемь совпали лишь в прогнозе среднерыночной доходности<sup>[16]</sup>. Из исследований 1987 и 1997 гг. стало ясно: акции, рекомендованные аналитиками в телевизионном шоу «Неделя Уолл-Стрит», показали гораздо худшую динамику, сильно отстав от средних значений по рынку<sup>[17]</sup>. Проанализировав 153 информационных

бюллетеня, ученый из Гарвардского института экономических исследований не обнаружил «никаких весо-  
мых доказательств того, что существуют способности  
удачно подбирать объект для инвестиций»<sup>[18]</sup>.

Только по воле случая некоторые аналитики и пае-  
вые инвестиционные фонды непрестанно демонстри-  
руют впечатляющий успех. И хотя многочисленные  
исследования доказывают, что былые удачи на рынке  
не гарантируют хорошие результаты в будущем – так  
как в большинстве своем они случайны, – все же мно-  
гие согласны платить за рекомендации брокеров или  
опыт управляющих паевыми инвестиционными фон-  
дами. Многие, в том числе и компетентные инве-  
сторы, именно по этой причине покупают паи в фон-  
дах с непомерной комиссией за управление. Когда  
группа сообразительных студентов из бизнес-школы  
Уортона получила гипотетические 10 тыс. долларов  
и информационные проспекты четырех индексных  
фондов, оперирующих индексами компаний из спи-  
ска 500, составленного «Стэндард энд Пуэрз», в боль-  
шинстве случаев студенты не смогли выбрать фонды  
с самой низкой комиссией<sup>[19]</sup>. Ежегодно выплачивая  
дополнительный 1% в сумме комиссии за управление,  
мы год за годом уменьшаем свой пенсионный фонд  
на одну треть или даже половину, так что сообрази-  
тельные студенты не проявили особой сообразитель-  
ности.

Само собой разумеется (и пример Спенсера-Брауна  
это подтверждает), что если долго ищешь, обязательно  
найдешь того, кто благодаря одной лишь удаче в самом  
деле смог предсказывать будущее с потрясающей точ-  
ностью. Если вы предпочитаете примеры из реальной  
жизни математическим выкладкам с невообразимым  
количеством случайных чисел, предлагаю в качестве  
примера историю, произошедшую с экономическим

обозревателем Леонардом Коппеттом<sup>[20]</sup>. В 1978 г. Коппетт обнародовал свою систему, заявив, что с ее помощью можно в конце января каждого года определять, вырастет или упадет фондовый рынок за данный календарный год. На тот момент он уже опробовал ее: по его словам, получились верные прогнозы за последние одиннадцать лет<sup>[21]</sup>. Разумеется, случайно наткнуться на систему подбора объекта инвестиций реально, но будет ли она действенной? Система Коппетта действенна: она позволила верно оценивать рынок по индексу промышленных акций Доу-Джонса одиннадцать лет подряд, с 1979 по 1989 гг., дала сбой в 1990 г., а потом снова удачно прогнозировала рынок вплоть до 1998 г. Но хотя предсказания Коппетта подтверждались восемнадцать из девятнадцати лет, я с уверенностью заявляю: профессионализм тут ни при чем. Почему? Потому что Леонард Коппетт был обозревателем в «Спортинг Ньюз», и его система основывалась на результатах Суперкубка по футболу. Как только выигрывала команда из Национальной футбольной лиги, Коппетт предсказывал рост рынка. Как только выигрывала команда из Американской футбольной лиги, Коппетт предсказывал падение. Исходя из этой информации, мало кто станет спорить, будто Коппетту просто везло. И все же, если бы он исходил из иных предпосылок – и не раскрыл свой метод, – его бы провозгласили самым талантливым аналитиком со времен Чарльза Доу.

Для сравнения приведем историю человека по имени Билл Миллер, у которого имелись реальные заслуги. Годами Миллер был непобедим и его, в отличие от Коппетта, сравнивали с Джо Димаджио, который выиграл пятьдесят шесть игр подряд, а также с Кеном Дженнингсом, победившим в телешоу «Своя игра» семьдесят четыре раза. Но сравнения эти неудачны



в одном: победная серия ежегодно приносила Миллеру больше денег, чем получили остальные от очереди выигрышей за всю свою жизнь. Дело в том, что Билл Миллер был единственным управляющим инвестициями в трастовом фонде «Legg Mason Value» и в течение 15 лет ежегодные показатели доходности его фонда были выше, чем у ценных бумаг компаний из рейтинга 500, составляемого «Стэндард энд Пуэрз». За это журнал «Мани» назвал Миллера «Лучшим инвестиционным управляющим 90-х», «Морнинг Стар» – «Инвестиционным управляющим десятилетия», «Смарт Мани» включил его в список тридцати самых влиятельных людей в сфере инвестиций за 2001, 2003, 2004, 2005 и 2006 гг.<sup>[22]</sup> В четырнадцатый успешный для Миллера год на сайте «Си-Эн-Эн Мани» привели слова одного аналитика, который оценил вероятность случайного угадывания четырнадцать лет кряду как 372 529 к 1 (со временем – больше)<sup>[23]</sup>.

Ученые могут не согласиться с тем, что полоса случайностей – это результат заблуждений под общим названием «легкой руки», или везучести. Многие случаи заблуждений «легкой руки» связаны со спортом из-за того, что спортивные соревнования легко поддаются наблюдению и оценке. Более того, есть четкие и ясные правила игры, данные доступны и достаточны, а интересные моменты можно увидеть при повторе. Не говоря уже о том, что подобный объект изучения позволяет ученым ходить на матчи и делать вид, будто они работают.

Интерес к иллюзии везучести возник приблизительно в 1985 г., после публикации исследования Тверского и его коллег в журнале «Когнитивная психология»<sup>[24]</sup>. В статье «"Легкая рука" в баскетболе: ложное восприятие случайных последовательностей» группа Тверского привела результаты исследования

баскетбольной статистики. Разумеется, способности у игроков были разные. Кто-то попадал в половине случаев, кто-то – чаще, кто-то – реже. Время от времени у каждого игрока случались серии попаданий и промахов. Исследователи сформулировали вопрос: как количество и продолжительность серий попаданий и промахов можно сопоставить с тем, что бы мы наблюдали, если бы результат каждого броска определялся случайным процессом. Например, как бы все обернулось, если вместо того, чтобы бросать мяч, игроки бросали бы монету и таким образом оценивали вероятность попадания в корзину. Обнаружилось, что, несмотря на удачные и неудачные серии, результаты бросков с площадки у игроков команды «Филадельфия 76», свободных бросков команды «Бостонских кельтов» и контролируемых в ходе эксперимента свободных бросков женской и мужской баскетбольных команд Корнелльского университета не предоставили никаких доказательств неслучайного поведения.

В частности, один прямой показатель «полосчатости» – это обусловленная вероятность успеха (то есть попадания в корзину), *если* предшествующая попытка игрока была удачной. Для нестабильного игрока шанс на успех сразу вслед за удачным броском будет выше, чем его общие шансы на успех. Но авторы обнаружили, что для каждого баскетболиста успех шел за успехом с той же вероятностью, как и успех за неудачей (промахом).

Через несколько лет после публикации исследования Тверского, лауреат Нобелевской премии физик Эдвард Пёрселл решил рассмотреть природу серий в бейсболе<sup>[25]</sup>. Как уже упоминалось в главе 1, он обнаружил, по словам гарвардского коллеги Пёрселла Стивена Джея Юулда, что, за исключением победной серии из пятидесяти шести игр Джо Димаджио, «в бейсболе

не происходило ничего, что принципиально отличало бы это занятие от подбрасываний монеты», даже проигранная командой Высшей лиги «Балтимор Ориолз» двадцать одна игра подряд в начале сезона 1988 г. У плохих игроков и команд продолжительные и частые полосы неудач случаются чаще, чем у хороших игроков и команд, а у сильных игроков и команд бывают более частые и продолжительные победные серии по сравнению с более слабыми командами и игроками. Но именно поэтому у них среднее соотношение побед и поражений выше, а чем выше средний коэффициент, тем более длинные и частые серии получаются в результате случайности. Чтобы понять, как это происходит, нужно понять принцип подбрасывания монет.

А что же с серией Билла Миллера? Возможность появления серии побед по чистой случайности, как у него, покажется менее удивительной, если рассмотреть статистические данные. Например, в 2004 г. трастовый фонд Миллера заработал чуть меньше 12%, в то время как средняя ценная бумага в списке 500 «Стэндрт энд Пуэрз» выросла более чем на 15%<sup>[26]</sup>. Можно подумать, что компании из списка «Стэндрт энд Пуэрз» разгромили Миллера, но на самом деле это не помешало ему включить 2004 г. в свою победную серию. Дело в том, что в индексе «Стэндрт энд Пуэрз» учитываются не просто средние цены на акции из списка, а взвешенное среднее значение, при котором акции оцениваются пропорционально капитализации каждой компании. Фонд Миллера показал результаты, худшие по сравнению со средним арифметическим из списка «Стэндрт энд Пуэрз», но лучшие, чем средневзвешенное значение. На самом деле, за всю череду успешных лет Миллера наблюдалось более тридцати двенадцатимесячных периодов, в течение которых доходность фонда Миллера была ниже, чем

средневзвешенное значение компаний из списка, но эти периоды не совпадали с календарными годами, тогда как победными Миллер объявлял именно периоды с 1 января по 31 декабря<sup>[27]</sup>. Так что в каком-то смысле победную серию Миллер начал отсчитывать искусственно и только по случайности выбрал удачный для себя способ.

Но как согласовать эти разоблачающие факты и шансы 372 529 к 1? В 2003 г. в бюллетене «The Consilient Observer» (опубликованном «Credit Suisse—First Boston») проанализировали полосу удач Миллера и отметили, что «ни один другой фонд не показывал результаты выше рыночных двенадцать раз подряд за последние 40 лет». Был поставлен вопрос о том, могли фонд добиться таких выдающихся результатов случайно, и даны три оценки данной вероятности (в 2003 г. речь шла только о двенадцати годах подряд): 1 из 4096, 1 из 477 000 и 1 из 2,2 млрд<sup>[28]</sup>. Перефразируем Эйнштейна: если бы все их предположения были верны, им бы понадобилось только одно. Каковы же были шансы на самом деле? Приблизительно 3 из 4, или 75%. Расхождение налицо, так что лучше пояснить.

Те, кто давал невысокую вероятность, в чем-то были правы: если вы выделяете *именно* Билла Миллера *именно* в начале 1991 г. и вычисляете вероятность того, что по чистой случайности *именно тот человек*, которого вы выбрали, покажет результаты выше рыночных *строго за следующие пятнадцать лет*, тогда возможность и в самом деле окажется невероятно низкой. У вас была бы такая же вероятность, если бы вы подбрасывали монету раз в год пятнадцать лет, поставив цель: чтобы каждый раз выпадал орел. Но, как и при анализе пробежек до дома, совершенных Роджером Марисом, эта возможность несущественна, так как работают тысячи управляющих паевыми инвестиционными фондами

(более 6 тыс. на данный момент), и было много пятнадцатилетних периодов, когда подвиг Миллера мог бы быть повторен. Уместно задать вопрос: если тысячи людей подбрасывают монеты раз в год и делают это десятилетиями, каковы шансы, что у них в какой-то из периодов в пятнадцать лет или более будет выпадать только орел? Вероятность этого гораздо выше, чем вероятность получить пятнадцать орлов кряду при обычном подбрасывании монеты.

Конкретизирую: предположим, каждый из 1 тыс. инвестиционных управляющих – разумеется, на самом деле их гораздо больше – бросал монету раз в год начиная с 1991 г., когда у Миллера началась полоса удачных периодов. По прошествии первого года примерно у половины управляющих выпал бы орел, после двух лет приблизительно у четверти орел выпал бы дважды, после трех – где-то у одной восьмой орел выпал бы три раза, и так далее, затем кто-то, у кого выходила решка, начал бы выбывать из игры, но это не повлияло бы на результат, так как они уже проиграли. Шансы, что после пятнадцати лет у определенного участника эксперимента все время выпадал только орел, равны одному из 32 768. А шансы любого из 1 тыс. управляющих, кто начал подбрасывать монеты в 1991 г., получить только орла гораздо выше – примерно 3%. Наконец, вовсе не обязательно принимать во внимание исключительно тех, кто начал бросать монеты в 1991 г. Управляющие могли бы начать в 1990 г., или 1970 г., или в любой другой год эры, ознаменованной деятельностью современных паевых инвестиционных фондов. Поскольку авторы «The Consilient Observer» анализировали только сорокалетний период, я подсчитал вероятность того, что по случайности *некоторые управляющие* в последние четыре десятилетия «обгоняли» рынок каждый год на протяжении *некого отрезка в пятнадцать*

лет или более. Это допущение снова увеличивает вероятность, которая составила бы приблизительно 3 из 4. Таким образом, вместо того, чтобы удивляться удачной полосе Миллера, я бы сказал следующее: если никто не достиг его результатов, есть все основания подать жалобу на высокооплачиваемых управляющих, которые работали хуже, чем им позволяло простое везение.

Заблуждения «легкой руки» были проиллюстрированы выше примерами из мира спорта и финансов, однако серии побед и другие специфические модели успеха и поражения встречаются во всех сферах. Иногда преобладают удачи, иногда – провалы, но и то, и другое играет важную роль, так как дает нам понять: модели, в том числе и последовательности, которые выглядят закономерными, на самом деле не что иное, как следствие случайности. Поэтому, оценивая других, важно отдавать себе отчет, что, находясь среди большого числа людей, вы едва ли встретите того, кто никогда *не* переживал продолжительный период удачи или поражений.

Никто не поверил в сомнительный успех Леонарда Коппетта, как никто бы не принял всерьез человека, играющего в орлянку, но многие доверились Биллу Миллеру. Хотя тип примененного мною анализа, по видимости, ускользнул от многих экономических обозревателей, для тех, кто изучает Уолл-стрит с научных позиций, он не стал новостью. Например, лауреат Нобелевской премии экономист Мертон Миллер (не родственник Билла) писал: «Если 10 тыс. человек взглянут на акции и попытаются выбрать самые доходные, один из 10 тыс. попадет в цель по чистой случайности, что и происходит в реальности. Это игра наудачу – люди думают, будто они делают нечто целенаправленно, а на самом деле это не так<sup>[29]</sup>». Все мы должны

делать выводы сообразно обстоятельствам, и представление о том, что такое случайность и как она действует, уберегает от наивных выводов.



Выше было показано, как последовательности случайных событий, развивающихся во времени, могут ввести нас в заблуждение. Но закономерности в случайных последовательностях, обнаруженные в пространстве, так же могут сбить с толку. Ученые знают, что самый лучший способ раскрыть значение данных – представить их в виде картинки или графика. При таком способе толкования значимые связи, которые иначе могли бы остаться незамеченными, становятся очевидными. Расплачиваемся мы за это тем, что видим закономерности там, где их на самом деле нет. Так уж устроен наш разум: он принимает данные, заполняет пропуски и ищет закономерности. Например, взгляните на эти серые квадратики.

Эта картинка не вполне похожа на изображение человека, но общие черты угадываются, и, увидев младенца, изображенного на ней, вы, скорее всего, узнали



Фотография из работы Франка Деджина «Эффект Тинкербелл», опубликованной в издании журнала «Исследования в области сознания», выпуски 5–6 (май–июнь 2002 г.).

бы его. Если взглянуть на эту страницу с расстояния вытянутой руки и скосить взгляд, недостатки изображения можно и не заметить. Теперь рассмотрим следующую последовательность X и O:

**OOOoxxxxOOOoxxxxOOOoxxxxOOOoxxxxOOOoxxxx**  
**OOOxOoXoXoOOOoXoXoOOOoXoXoOOOoXoXoOOOoXoXo**  
**OOOxXoOxXoXoOOOxXoOxXoXoOOOxXoOxXoXoOOOxXoOxXo**  
**xxXoOOxXoOxXoOOOxXoOxXoOOOxXoOxXoOOOxXoOxXo**  
**OOOoXxXoOOOoXxXoOOOoXxXoOOOoXxXoOOOoXxXo**

Здесь мы видим прямоугольные кластеры, особенно в углах – они выделены жирным шрифтом. Если X и O представляют интересующие нас события, возникает соблазн задать вопрос: не обозначают ли эти кластеры что-нибудь? Но какое бы значение им ни приписали, оно будет неверным, поскольку это та же самая последовательность из 200 X и O, что и выше, только теперь она записана в 5 строк по 40 символов в каждой и несколько элементов выделены жирным.

Эта тема вызвала немалый интерес в конце Второй мировой войны, когда ракеты Фау-2 посыпались на Лондон. Ракеты наводили ужас, их скорость в пять раз превышала скорость звука, так что услышать, как они приближаются, можно было только после попадания. Вскоре в газетах опубликовали карты обстрелов, где, на первый взгляд, просматривались определенные закономерности. Кому-то показалось, будто расположение мест попадания ракет свидетельствует об управляемости траектории их полета, а это, принимая во внимание пройденное ракетой расстояние, предполагало, что немецкие технологии превзошли все возможные ожидания. Гражданское население строило догадки о немецких шпионах, которые якобы жили в не затронутых бомбежкой районах. Командование беспокоилось об



ужасных последствиях в случае, если немцы направят ракетные установки на стратегически важные военные объекты.

В 1946 г. математический анализ ракетных обстрелов Лондона был опубликован в «Джорнал оф де Инститют оф Актуаризз\*». Автор статьи, Р.Д. Кларк, разделил интересующую его территорию на 576 квадратов со стороной в 500 метров. Из них 229 квадратов уцелели при ракетных ударах, несмотря на их небольшой размер, в 8 квадратах было зафиксировано по четыре-пять ударов. Тем не менее анализ Кларка показал, что, как и в случае с данными при подбрасывании монет, общая модель соответствовала принципу случайного распределения<sup>[30]</sup>.

Подобные вопросы часто возникают в отчетах по кластер-эффекту. Если разделить любой город или страну на квадраты и произвольно распределить случаи заболевания раком, в некоторых зонах получится меньше случаев, в некоторых – больше. По словам Раймонда Ричарда Нойтры, главы Отдела по контролю заболеваний, связанных с окружающей средой и профессиональной деятельностью, Департамент здравоохранения штата Калифорния, при изучении учетных записей случаев онкологических заболеваний – базы данных, в которую занесены случаи заболевания десятками различных форм рака в определенной местности – для 5 тыс. переписных районов можно было бы ожидать, что будет обнаружено 2 750 случаев со статистически значимой, но случайной частотностью некоторых из форм заболевания<sup>[31]</sup>. Если рассмотреть достаточно большое количество подобных квадратов,

---

\* Журнал Института статистиков страхового общества (актуариев).

можно обнаружить некоторые регионы, где случаи заболевания раком выявляются гораздо чаще.

Картина оказывается еще более удручающей, если провести границы зон *после* нанесения на карту частотности заболевания раком. Полученный результат называют «эффектом снайпера» в честь хитреца, который всегда попадал в десятку, потому что сначала стрелял в чистый лист бумаги, а уже потом рисовал мишень. К сожалению, именно так зачастую и обстоят дела: сначала обращают внимание на больных раком соседей, затем определяют границы бедствия. Благодаря доступности сведений в Интернете в Америке стали тщательно искать такие зоны. И неудивительно, что нашли. Тем не менее развитие рака требует последовательных мутаций, а это связано с очень длительным воздействием и/или высокой концентрацией канцерогенов. При кластер-эффекте предположение, что, развившись по экологическим причинам, рак будет проявляться у большего числа людей до того, как жертвы переедут из опасной зоны, выглядит маловероятным. Как пишет Нойтра, чтобы возник кластер-эффект, изучаемый эпидемиологами, населению пришлось бы подвергаться такому концентрированному воздействию канцерогенов, какое регистрируют у пациентов, проходящих химиотерапию, или у представителей некоторых профессий. Речь идет о действительно высоких концентрациях, намного выше тех, что встречаются в зараженных местностях. Тем не менее люди отказываются верить тому, что в кластерах имеют место случайные колебания, так что ежегодно государственные департаменты здравоохранения получают тысячи отчетов о массовых случаях онкологических заболеваний, которые выливаются в публикацию сотен обстоятельных исследований, ни в одном из которых не представлено убедительных доказательств наличия

экологической подошлеки. Как утверждает Алан Бендер, эпидемиолог из Департамента здравоохранения штата Миннесота, выделяя средства на подобные исследования, государство «швыряет на ветер деньги налогоплательщиков<sup>[32]</sup>».

До сих пор в этой главе мы рассматривали, каким образом случайные закономерности могут обмануть нас. Но психологи не ограничиваются простым изучением, они классифицируют случаи ошибочного восприятия и изучают причины, по которым люди становятся жертвами собственных заблуждений. Давайте обратимся к некоторым из этих причин.



Люди любят контролировать все и вся, поэтому некоторые пассажиры начинают сходить с ума, если самолет, на котором они летят, попадает в зону даже самой незначительной турбулентности, хотя сами порой садятся за руль, выпив полбутылки виски. Наша страсть контролировать события имеет под собой основания, поскольку чувство личного контроля неотделимо от представления о собственной личности и самооценки. По сути, лучшее, что мы можем сделать для себя – поискать способы, дающие возможность контролировать собственную жизнь, или хотя бы те, что позволят нам почувствовать, будто мы держим все под контролем. Психолог Бруно Беттельхайм выяснил, например, что выживание в нацистских концлагерях «было связано со способностью сохранять независимость хоть в каких-то действиях и контролировать некоторые важные аспекты жизни вне зависимости от подавляющей обстановки<sup>[33]</sup>». Более поздние исследования показали: чувство беспомощности и недостатка контроля приводит к стрессам

и внезапным заболеваниями. В одном эксперименте дикие крысы были неожиданно лишены всякого контроля над окружающей обстановкой. Вскоре животные перестали бороться за выживание и умерли<sup>[34]</sup>. В другом исследовании испытуемым сообщили о предстоящем комплексе важных тестов, и оказалось, что не играющая особой роли возможность контролировать порядок выполнения этих тестов снижала уровень тревожности<sup>[35]</sup>.

Одной из первых психологию контроля стала изучать психолог и художник-любитель, профессор Гарвардского университета Эллен Лангер. Много лет назад в Йельском университете Лангер и ее коллега изучали то, как чувство контроля влияет на пациентов в доме престарелых<sup>[36]</sup>. Одной группе сказали, что они сами могут решить, как обустроить свои комнаты, и выбрать растение, за которым будут ухаживать. У другой группы комнаты были уже обставлены, а растение выбрано. Спустя несколько недель та группа, которая контролировала свою окружающую обстановку, достигла более высоких показателей по специально разработанной шкале самочувствия. Прошло полтора года, и ученые были потрясены: в той группе, которой не дали возможности контролировать, смертность была 30%, а во второй, получившей контроль, – всего 15%<sup>[37]</sup>.

Почему потребность человека в контроле рассматривается в связи со случайными закономерностями? Дело в том, что если события случайны, мы *не* контролируем их, и если мы контролируем события, то они *не* случайны. Таким образом, сталкиваются наша потребность в контроле и наша способность распознавать случайность. Эта коллизия – одна из основных причин, по которой мы неверно истолковываем случайные события. Ее удачно иллюстрируют

простейшие эксперименты, к которым прибегают психологи. Они заставляют испытуемых принимать случайную удачу за мастерство или бессмысленные действия за контроль. Попросите людей контролировать вспышки света, нажимая кнопку-муляж, и они поверят, что это им удастся, даже если свет вспыхивает случайно<sup>[38]</sup>. Покажите людям расположенные в виде круга лампочки, которые вспыхивают в произвольной последовательности, скажите, что, сконцентрировавшись, можно заставить вспышки двигаться по часовой стрелке. Как же удивятся участники эксперимента, когда им покажется, что у них это получилось. Или дайте двум группам возможность посоревноваться: пусть одни прилагают усилия, чтобы вспышки двигались по часовой стрелке, другие – против<sup>[39]</sup>.

Лангер снова и снова доказывает, что потребность в чувстве контроля влияет на адекватность восприятия случайных событий. В одном из ее исследований обнаружилось, что участники были больше уверены в успехе, соревнуясь с нервным, неловким соперником, чем с уверенным, даже если они играли в карты и, следовательно, вероятность выигрыша определял шанс<sup>[40]</sup>. В другом исследовании Лангер попросила группу толковых, хорошо образованных студентов Йельского университета предсказать, как упадет монета в тридцати случайно выбранных бросках<sup>[41]</sup>. Результаты были тайно подтасованы таким образом, что каждый студент оказался прав ровно в половине случаев. Кроме того, было устроено так, чтобы у некоторых студентов сначала шли полосы угадывания. Затем проводили опрос, выясняя, как студенты оценивают свою способность к предсказаниям. Многие ответили так, что создавалось впечатление, будто они специально тренировались, чтобы угадывать, как упадет монета. Четверть студентов ответили, что их

результаты хуже, потому что их отвлекали. Сорок процентов считали, что их результаты улучшатся с практикой. Когда студентов попросили оценить свою способность предсказывать, как упадет монета, студенты, у которых вначале шли удачные полосы, оценили себя выше, чем другие, несмотря на то, что количество удач было одинаковым и у тех, и у других.

В другом оригинальном эксперименте Лангер устроила лотерею, в которой каждый желающий получал коллекционную карточку с изображением спортсмена<sup>[42]</sup>. Одну такую же карточку положили в пакет и сказали, что победителем станет тот, кому досталась та же карточка, что в пакете. Игроков разделили на две группы. Первой группе позволили выбрать карточки, другой раздали их произвольно. До начала лотереи каждый участник получал возможность продать свою карточку. Разумеется, факт, получил ли участник карточку или же выбрал ее сам, никак не мог повлиять на шансы выиграть. Однако те, кто выбрал карточку сам, назначали цену раза в четыре выше, чем те, кто продавал выданную карточку.

Участники эксперимента «понимали», по крайней мере, умом, – то, в чем они участвуют, подчиняется случаю. Например, когда участников лотереи опросили, никто из них не сказал, что верит, будто возможность выбрать карточку самому повлияла на вероятность выигрыша. Однако их поведение говорило об обратном. Или, как написала Лангер, «хотя люди могут лицемерно превозносить власть шанса, они ведут себя так, будто случайные события находятся в их власти<sup>[43]</sup>».

В жизни роль случая гораздо более очевидна, чем в экспериментах Лангер, и мы намного больше заинтересованы в результате и возможности повлиять на него, так что противостоять иллюзии контроля еще сложнее.

Вот одно из проявлений этой иллюзии: когда компания переживает период стремительного роста или спада и когда с готовностью возлагают ответственность за это на руководство, а не на многочисленные обстоятельства, влияющие на состояние компании, или простое невезение. Как мы видим, подобное часто происходит и в спорте. Я уже упоминал в прологе: если у игроков случаются один-два неудачных года, увольняют именно тренера. В крупных корпорациях, выполняющих сложные масштабные операции и подверженных влиянию непредсказуемого рынка, связь между блестящим руководством и хорошими результатами компании гораздо более опосредована по сравнению со спортом, а эффективность увольнения как реакции на неудачу не выше, чем в спорте. Например, недавно ученые Колумбийского и Гарвардского университетов изучили большое количество корпораций, где устав составлен так, чтобы учитывать требования акционеров и реагировать на трудности сменой руководства<sup>[44]</sup>. В среднем они не выявили за три года после увольнения управляющих никаких улучшений в измеряемой прибыльности текущей деятельности компании. Неважно, насколько генеральные директора различались способностями, они стали жертвами неконтролируемых элементов системы. То же самое происходит во время радиотрансляции с посторонними шумами и помехами, когда различия между мастерством музыкантов могут стать неясными. Тем не менее, определяя сумму выходного пособия, совет директоров часто ведет себя так, будто генеральный директор – единственная причина всех неудач.

Исследование показало: иллюзия контроля над случайными событиями усиливается, когда дело касается финансов, спорта и особенно бизнеса. В деловой сфере иллюзия контроля особенно сильна, ведь

результату непредвиденного события предшествует разработка стратегии (все эти бесконечные собрания), когда выполнение задания требует полной самоотдачи (все эти сверхурочные) или когда идет конкурентная борьба (никогда не сталкивались?). Первый шаг в битве с иллюзией контроля – осознать ее. Но даже потом освободиться от власти иллюзии довольно трудно, поскольку (и мы убедимся в этом дальше) раз мы думаем, что видим модель данных, то не можем просто так проигнорировать свои ощущения.

Предположим, у меня есть некое правило для построения последовательности трех чисел и последовательность 2, 4, 6 ему соответствует. Угадаете правило? Набор из трех чисел – это не так уж сложно, так что представим, будто вы называете последовательность трех чисел, а я говорю, согласуется ли она с моим правилом. Пожалуйста, прервитесь ненадолго и придумайте какую-нибудь последовательность из трех чисел (чем хорошо чтение книги по сравнению с личным общением – автор безгранично терпелив).

Вы обдумали свою стратегию, и я скажу, что если вы несильно отличаетесь от большинства, ваша последовательность будет выглядеть как 4, 6, 8, или 8, 10, 12, или 20, 24, 30. Да, эти ряды соответствуют моему правилу. Так что же за правило? Большинство, придумав несколько таких примеров, укрепятся во мнении: последовательность должна состоять из возрастающих четных чисел. На самом деле, мое правило заключалось в том, что эта последовательность – просто-напросто увеличивающиеся числа. Например, вполне подошла бы последовательность 1, 2, 3, совсем не обязательно было брать четные числа. А в вашей последовательности это учтено?

Когда мы находимся во власти иллюзии или когда у нас есть новая идея (что одно и то же), мы обычно



пытаясь найти примеры, подтверждающие, а не опровергающие ее. Психологи называют это «ошибкой подтверждения», и она очень мешает освободиться от неверной интерпретации случайных явлений. В приведенном выше примере большинство сразу же решили, что последовательность состоит из возрастающих четных чисел. Затем в поисках подтверждения своей догадки они проверили много подобных последовательностей. Но очень немногие нашли ответ быстро, попытавшись опровергнуть свою идею проверкой последовательности, включающей нечетные числа<sup>[45]</sup>. Как в 1620 г. написал философ Френсис Бэкон, «человеческий разум, однажды восприняв некое убеждение, собирает любые примеры, которые его подтверждают, и, несмотря на то, что противоположные примеры могут быть более многочисленными и весомыми, он либо не замечает, либо отвергает их, чтобы оставаться непоколебимым в своем убеждении»<sup>[46]</sup>.

Усугубляя положение, мы не только отдаем предпочтение фактам, подтверждающим наше предвзятое мнение, но еще и интерпретируем в пользу своих идей явления неоднозначные. Это может вызвать большие осложнения, поскольку информация зачастую поддается различной трактовке, и, игнорируя одни закономерности и сосредотачиваясь на других, наш разум подкрепляет избранную точку зрения даже в отсутствие убедительных данных. Например, если мы, основываясь на шатких доказательствах, решим, что сосед недружелюбен, то в будущем будем особо выделять те его поступки, которые можно истолковать в данном ключе, а остальные попросту не заметим. Если мы прониклись доверием к какому-нибудь политическому деятелю, то хорошие результаты мы трактуем как его достижения, а в неудачах виним обстоятельства или соперников. И в том и в другом случае мы

интерпретируем факты таким образом, чтобы они подкрепляли наши изначальные идеи.

Ученые провели исследование, которое демонстрирует описанное явление весьма наглядно. Была собрана группа студентов; некоторые из группы выступали за смертную казнь, некоторые – против<sup>[47]</sup>. Все студенты получили одинаковые подборки научных трудов по эффективности высшей меры наказания. Половина работ поддерживала идею о сдерживающем эффекте смертной казни, остальные доказывали обратное. Участникам эксперимента также намекнули на слабые места выданных трудов. Потом студентов попросили оценить качество исследований и то, насколько сильно прочитанное повлияло на их отношение к смертной казни. Более высокую оценку получили исследования, подтверждавшие изначальную точку зрения участников эксперимента, хотя работы, освещающие и то, и другое мнение, были выполнены с использованием одного и того же метода. Наконец, несмотря на то, что все читали одни и те же труды, и сторонники и противники смертной казни сообщили, что чтение укрепило их изначальную точку зрения. Вместо того, чтобы убедить кого-либо изменить отношение к смертной казни, предоставленные в трудах данные только увеличили разрыв во мнениях. Таким образом, даже случайные закономерности можно интерпретировать как убедительные доказательства, если они поддерживают предвзятое мнение.

В повседневных ситуациях ошибка подтверждения нередко приводит к печальным последствиям. Когда преподаватель изначалью считает, что один из учеников умнее других, он избирательно фокусируется на фактах, которые поддерживают его гипотезу<sup>[48]</sup>. Когда при приеме на работу проводят собеседование с перспективным сотрудником, обычно первое впечатление

складывается у работодателя мгновенно, и в оставшуюся часть собеседования он ищет подтверждения своей правоте<sup>[49]</sup>. В клинике психолог, которому предварительно сообщили, что пациент агрессивен, в заключении пишет, что пациент уравновешен, если уровень агрессии пациента не превышает норму<sup>[50]</sup>. И когда люди интерпретируют поведение кого-либо, принадлежащего к меньшинству, они истолковывают его в контексте сложившихся стереотипов<sup>[51]</sup>.

Человеческий мозг развил способность распознавать закономерности, но, как показывают примеры ошибки подтверждения, мы фокусируемся на выявлении и подтверждении закономерностей, а не на том, чтобы минимизировать неверные заключения. И все же не стоит впадать в уныние, так как переступить через собственные предрассудки возможно. Стоит лишь понять: случайные события также могут предстать в виде закономерности. Следующий важный шаг – научиться подвергать сомнению свои ощущения и предположения. Наконец, имеет смысл уделять достаточно времени поискам доказательств собственной неправоты, точно так же, как мы тратим время на то, чтобы отыскивать доказательства своей правоты.

Наше повествование о случайности подходит к концу. Мы начали с простых правил, узнали, как они взаимодействуют в сложных системах. Насколько велика роль шанса в самой важной из сложных систем – нашей собственной судьбе? Это трудный вопрос, именно он подвиг меня сесть и написать эту книгу. И хотя не смею надеяться дать полный ответ, я питаю надежду хотя бы пролить свет на него. Мой вывод очевиден из названия следующей главы – «Походкой пьяного».

## ПОХОДКОЙ ПЬЯНОГО

В 1814 году, в период бурного развития ньютоновской физики, Пьер-Симон де Лаплас писал:

«Ум, которому были бы известны на какой-либо данный момент все силы, одушевляющие природу, и относительное положение всех ее составных частей, если бы вдобавок он оказался достаточно обширным, чтобы подчинить эти данные анализу, обнял бы в одной формуле движения величайших тел вселенной наравне с движениями легчайших атомов. Не осталось бы ничего, что было бы для него недостоверно, и будущее, так же как и прошедшее, предстало бы перед его взором»<sup>[1]</sup>.

Лаплас придерживался теории, называемой детерминизмом. Он считал, что состояние, в котором пребывает вселенная в настоящий момент, однозначно определяет то, каким образом будет развиваться ее будущее.

Применительно к повседневной жизни детерминизм описывает устройство мира, при котором наши личные качества, проявленные в данной конкретной ситуации или окружении, прямо и недвусмысленно ведут к точно определенным последствиям. Иными словами, мир является упорядоченным, в нем все можно

предвидеть, просчитать, предсказать. Однако для того, чтобы сбылась мечта Лапласа, необходимо соблюдение нескольких условий. Во-первых, законы природы должны диктовать определенное будущее, и мы должны знать эти законы. Во-вторых, нам необходим доступ ко всем данным, в полном объеме описывающим интересующую нас систему и не подверженным непредвиденным влияниям. И, наконец, нам необходим достаточно обширный ум или достаточные вычислительные мощности, чтобы понять, какое будущее, согласно этим законам, ждет нас при указанных параметрах настоящего. В этой книге мы рассмотрели множество концепций, помогающих нам понять случайные явления, а также разобрали целый ряд конкретных жизненных ситуаций. Тем не менее остается неразрешенным серьезный вопрос: насколько все-таки случайность оказывает влияние на наше теперешнее положение и насколько точно мы можем предсказать дальнейшее развитие событий.

Начиная с позднего Возрождения и заканчивая Викторианской эпохой, многие ученые, изучавшие дела человеческие, придерживались детерминизма, подобно Лапласу. Некоторые разделяли точку зрения Гальтона, полагая, что наш жизненный путь однозначно определяется нашими личными качествами; другие, вслед за Кетле, считали, что будущее общества можно предсказать. Зачастую такие ученые, вдохновленные успехами ньютоновской физики, высказывали теории о том, что человеческое поведение можно предсказать с той же долей достоверности, что и любое другое природное явление. Им казалось логичным, что предстоящие события должны быть определены настоящим положением дел, точно так же, как движение планет определяется их орбитами.

В 1960-х гг. американский метеоролог Эдвард Лоренц попытался задействовать новейшую для своих

дней технологию (простейший компьютер), чтобы проверить на практике теорию Лапласа в одной отдельно взятой области – предсказании погоды. Иными словами, если бы Лоренц загрузил в свою шумную машину данные об атмосферных условиях, имевшихся на его идеализированной Земле в определенный момент времени, то машина, применив известные законы метеорологии, произвела бы расчеты и выдала ряды цифр, описывающих погоду в будущем.

В один прекрасный день Лоренц придумал расширить границы своей модели во времени и заглянуть дальше в будущее. Вместо того чтобы повторять весь цикл расчетов, он решил ускорить процесс и начать подсчеты с середины. Для этого он взял данные об изначальных условиях, которые выдала ему машина при описании предыдущей модели. Лоренц рассчитывал, что компьютер восполнит недостающие данные, взяв их из предыдущей модели, а потом произведет дальнейшие расчеты. Но что-то пошло не так: получившийся в результате прогноз погоды разительно отличался от предшествующих. Вместо того чтобы точно воспроизвести конечные расчеты из предыдущей модели, машина выдала совершенно новые данные. Вскоре ученый догадался, почему так произошло: в памяти компьютера данные хранились с точностью до шестого знака после запятой, а на печать они выводились с точностью лишь до третьего знака. В результате новые вводные данные несколько отличались от изначальных. В частности, число 0,293416 превратилось в 0,293.

Ученые привыкли считать, что небольшое изменение исходных параметров ведет к небольшому изменению в развитии описываемой системы. В конце концов, спутники, которые собирают данные о погоде, способны производить измерения с точностью лишь

до второго или третьего знака после запятой – с их помощью невозможно отследить тончайшую разницу между 0,293416 и 0,293. Однако Лоренц обнаружил, что даже при таких малейших расхождениях результаты будут коренным образом отличаться<sup>[2]</sup>. Это явление получило название «эффект бабочки». Эффект основан на допущении, что даже малейшие изменения в атмосфере, вызванные, скажем, взмахами крыльев бабочки, в будущем могут оказать колоссальное влияние на синоптическую ситуацию во всем мире. Подобное утверждение может показаться абсурдным, примерно, как если бы вам сказали, что одна чашечка кофе, выпитая вами с утра, в корне изменит всю вашу дальнейшую жизнь. Но такое и в самом деле случается: вот вы немного задержались и случайно столкнулись на автобусной остановке со своей будущей женой или не попали под колеса промчавшейся на красный свет машины. На самом деле, даже эта история, произошедшая с Лоренцем, показывает эффект бабочки в действии: не прими он, казалось бы, незначительное решение сократить расчеты, не открыл бы эффект бабочки, давший начало целому направлению в математике. Если вы подробно проанализируете поворотные моменты своей жизни, то зачастую обнаружите такие якобы незначительные события, которые привели к большим переменам.

Если мы говорим о делах человеческих, то детерминизм не отвечает требованиям, которые Лаплас предъявлял к предсказуемости. Тому есть несколько причин. Во-первых, насколько нам известно, общество не живет по строго определенным фундаментальным законам, подобным тем, что мы наблюдаем в физике. Напротив, поведение людей не только непредсказуемо, но и зачастую просто иррационально (в том смысле, что мы иной раз действуем в ущерб нашим

кровным интересам), что неоднократно показали Канеман и Тверский. Во-вторых, даже если мы откроем эти законы общественных наук, что уже пытался сделать Кетле, не представляется никакой возможности точно описать или взять под полный контроль все жизненные обстоятельства. Иными словами, мы не сможем, подобно Лоренцу, получить точные данные для составления прогноза. И, наконец, в-третьих, дела человеческие настолько сложны, что вряд ли мы сможем выполнить все необходимые расчеты, даже если поймем фундаментальные законы и в нашем распоряжении будут все необходимые данные. Подводя итоги, можно сказать, что модель детерминизма не подходит для описания человеческой жизни. Или, как сказал лауреат Нобелевской премии Макс Борн: «Теория случайности более фундаментальна, чем теория обусловленности»<sup>[3]</sup>.

В нашем исследовании «походка пьяного» – некий архетип. Это настолько же подходящая модель для описания нашей с вами повседневной жизни, насколько частички пыльцы в жидкости подходят для описания броуновского движения: случайные события точно так же подталкивают нас сначала в одну, потом в другую сторону. В результате, даже при том, что в данных об обществе в целом можно найти кое-какие статистические закономерности, будущее одного отдельно взятого индивида предсказать невозможно и все, что касается наших личных достижений, работы, друзей, финансового положения, в гораздо большей степени зависит от случайности, чем думает большинство из нас. Дальше я постараюсь убедить вас, что во всем, за исключением разве что каких-то простейших поступков, на нас влияют непредвиденные обстоятельства и непредсказуемые силы. Более того, эти стохастические силы и то, как мы на них реагируем, во многом и определяют наш



с вами конкретный жизненный путь. Свое построение я начну с явно противоположного утверждения: если будущее и в самом деле хаотично и непредсказуемо, почему, когда события уже произошли, нам часто кажется, что мы могли их предвидеть?



Осенью 1941 года, за несколько месяцев до нападения японцев на Перл-Харбор, агент в Токио направил японскому шпиону в Гонолулу настоятельно напоминающее послание<sup>[4]</sup>. В Управлении военно-морской разведки США послание перехватили. На бюрократические формальности, дешифровку и перевод ушло немало времени, так что в Вашингтон оно попало только 9 октября. Послание оказалось приказом японскому резиденту в Гонолулу разделить акваторию Перл-Харбора на пять зон и составить донесение, в котором сообщалось бы, что за корабли находятся в каждой из этих зон. В основном японцев интересовали линкоры, эсминцы и авианосцы, а также информация о кораблях, одновременно стоящих в одном доке. Спустя несколько недель произошел другой курьезный случай: американские радисты потеряли в эфире все авианосцы первого и второго флотов Японии и не могли определить их координаты. Потом в начале декабря подразделение войсковой разведки четырнадцатого военно-морского округа на Гавайях доложило, что японцы второй раз за месяц поменяли радиопозывные. Следовательно, определить источник радиопередачи не представлялось возможным. В военное время информацию о том, откуда ведется радиовещание, получают не только союзники, но и противники, поэтому позывные время от времени меняют. До того времени японцы меняли позывные раз в полгода, а то и реже. Вторую смену позывных

в течение месяца можно было считать «одним из этапов подготовки крупномасштабной военной операции». В течение нескольких дней после смены позывных обнаружить японские авианосцы и подводные лодки было очень непростой задачей, сложность которой усугублялось молчанием японских радиостанций.

Однако два дня спустя американцам удалось таки перехватить и расшифровать сообщения, направленные в посольства и представительства Японии в Гонконге, Сингапуре, Батавии\*, Маниле, Вашингтоне и Лондоне. Все сообщения содержали приказ японским дипломатам немедленно уничтожить большую часть кодов и шифров, а также сжечь все самые важные документы. Примерно в это же время сотрудникам ФБР удалось подслушать телефонный разговор повара японского консульства на Гавайях с абонентом в Гонолулу: повар говорил, что сотрудники консульства усиленно сжигают все важные документы. Заместитель начальника главного подразделения военной разведки подполковник Джордж Бикнелл принес одно из перехваченных сообщений своему начальнику, когда тот собирался идти на официальный ужин с командующим округом. Это произошло вечером 6 декабря, то есть накануне нападения. Начальник Бикнелла в течение пяти минут пробежал глазами донесение, отложил его и спокойно отправился ужинать. Сейчас нам ясно, что предупреждений о готовящемся нападении было предостаточно. Возникает вопрос: почему никто к ним не прислушался, не принял меры?

В любой сложной цепочке событий, где каждое отдельно взятое событие содержит некоторый элемент неопределенности, имеется принципиальная

---

\* Батавия – ныне Джакарта.

асимметрия между прошлым и будущим. Эта асимметрия привлекала внимание многих ученых, начиная с Больцмана, который занимался статистическим анализом молекулярных процессов, определяющих свойства жидкостей (см. главу 8). Представьте себе, к примеру, молекулу красителя в стакане с водой. Молекула будет, подобно зернам пылицы у Броуна, двигаться «походкой пьяного». Но даже в результате такого бесцельного передвижения молекула движется в определенном направлении. Так, спустя три часа мы обнаружим, что молекула переместилась примерно на два с половиной сантиметра от того места, где началось ее движение. Предположим, что в какой-то момент молекула находится в значимой позиции и привлекает тем самым наше внимание. После событий в Перл-Харборе многие пытались понять: почему японцам удалось напасть неожиданно. Мы выдвинем свою версию событий. Вообразим, будто мы углубляемся в прошлое молекулы. Нам стали известны данные обо всех ее столкновениях с другими частицами. Мы узнаем, что при столкновении с первой молекулой воды наша молекула красителя начала свой зигзагообразный путь к той точке, где она пребывает сейчас. Иными словами, ретроспективно мы сможем точно объяснить, почему прошлое молекулы красителя развивалось именно таким образом. Но в стакане воды содержится множество других молекул воды, которые потенциально могли бы прийти во взаимодействие с нашей молекулой красителя. Чтобы заранее предсказать траекторию движения молекулы красителя, нам потребовалось бы рассчитать траекторию движения и взаимодействие всех этих потенциально важных в данном случае молекул воды. Для этого нам необходимо было бы выполнить невообразимое количество математических подсчетов, по объему и сложности во много раз

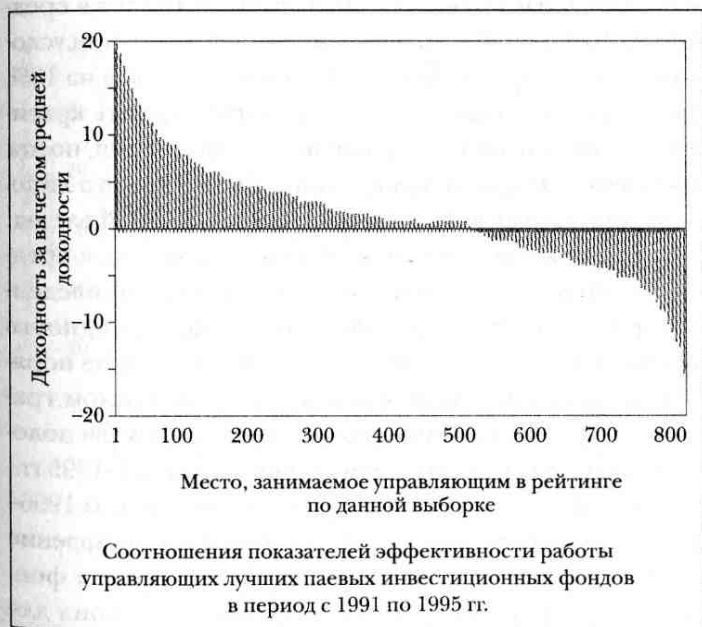
превышающих расчеты столкновений частиц, которые нам пришлось бы выполнить, чтобы объяснить прошлое. Иными словами, траекторию движения молекулы красителя предсказать заранее практически невозможно, даже несмотря на то, что ретроспективно понять ее относительно легко.

Эта принципиальная асимметрия и объясняет тот факт, что некоторые события повседневной жизни, случившись, кажутся очевидными, хотя мы и не могли предвидеть их заранее. Именно поэтому синоптики могут объяснить причины, по которым три дня назад холодный атмосферный фронт сместился туда-то, а накануне теплый атмосферный фронт переместился в другое место, что вызвало осадки, и вам пришлось играть свадьбу под проливным дождем. Но когда нужно предсказать, как будут вести себя атмосферные фронты через три дня, и предупредить вас о том, что для свадьбы неплохо заpastись большим навесом от дождя – те же самые синоптики гораздо менее точны в своих выкладках. Или представьте себе партию в шахматы. В отличие от карточных игр, игра в шахматы, казалось бы, содержит гораздо меньше элементов случайности. Но случайность все же присутствует, поскольку ни один игрок не знает наверняка, каков будет следующий ход противника. Более-менее опытные игроки в большинстве случаев умеют просчитывать игру на несколько ходов вперед, но заглянуть далеко в будущее не могут и они, поскольку здесь вмешивается элемент случайности: никто не сможет с определенностью сказать, как именно будет развиваться партия. С другой стороны, разбирая уже разыгранную партию, как правило, очень легко сказать, почему каждый из шахматистов сделал именно такие ходы. Это еще один пример вероятностного процесса:

трудно предсказать, как он будет развиваться в будущем, но при этом его прошлое легко поддается объяснению.

То же самое справедливо и для торгов на фондовой бирже. Возьмем, например, доходность паевых инвестиционных фондов. Как уже говорилось в главе 9, при выборе паевого инвестиционного фонда потенциальные инвесторы, как правило, смотрят на его доходность в прошлом. И в самом деле, довольно просто найти красивые, будто из учебника выкладки, когда смотришь в прошлое. Возьмем, например, график показателей работы 800 управляющих паевых инвестиционных фондов за пять лет: с 1991 по 1995 гг.

По вертикальной оси мы отложили прибыли и убытки паевого инвестиционного фонда относительно среднего значения в данной группе. Иными



словами, отметка 0% означает, что доходность данного фонда соответствовала среднему значению в течение указанных пяти лет. По горизонтальной оси мы расположили показатели эффективности работы управляющих от первого до восьмисотого. Чтобы определить показатели эффективности работы управляющего, которому в списке лучших управляющих отведено, скажем, 100-е место, нужно найти на графике точку, соответствующую отметке «100» на горизонтальной оси.

Любой аналитик, вне всяких сомнений, приведет ряд убедительных доводов относительно того, почему управляющие, вошедшие в этот список, добились успеха, почему тех, кто попал в конец списка, постигла неудача, а также почему график приобрел именно такой вид. Впрочем, необязательно тратить время на подробное изучение таких аналитических исследований. Мало кто из инвесторов выберет фонд, который зарабатывал за предыдущие пять лет в среднем на 10% меньше, чем в среднем по группе, при условии, что есть фонд, доходность которого была на 10% выше средней. Глядя в прошлое, легко строить красивые графики и давать убедительные объяснения, но эта логически выверенная картина событий – всего лишь иллюзия, которую нам дает ретроспективный взгляд. Она имеет весьма опосредованное отношение к предсказанию будущего. Например, в графике, приведенном ниже на странице 248, я сравниваю доходность тех же фондов за следующие пять лет, сохранив порядок их расположения, как в вышеприведенном графике. Иными словами, я сохраняю порядок расположения фондов по степени доходности за 1991–1995 гг., но накладываю на этот порядок их доходность за 1996–2000 гг. Если бы прошлое давало четкое представление о будущем, последовательность расположения фондов по степени доходности, которую я построил для

1991–1995 гг., в период с 1996 по 2000 гг. оставалась бы примерно той же. Иначе говоря, если бы самые высокодоходные фонды (отображенные в левой части графика) продолжали показывать лучшие результаты на фоне остальных, а наименее доходные фонды (отображенные в правой части графика) продолжали приносить доходы меньше, чем остальные, мои два графика были бы более-менее одинаковыми. Но вместо этого мы видим: прошлый порядок распадается в будущем, а график в конечном итоге становится похож на развертку радиопомех.

Мы все время отказываемся видеть роль случая в истории успеха того или иного предприятия или отдельного человека, как, например, управляющего паевого инвестиционного фонда Билла Миллера. Мы



без всяких на то оснований верим в то, что ошибки, допущенные в прошлом, являются следствием незнания или некомпетентности, и их можно было бы избежать, изучив вопрос тщательнее или проявив большую проницательность. Именно поэтому, например, весной 2007 г., когда акции инвестиционного банка «Меррилл Линч» продавались по цене 95 долларов за штуку, генерального директора банка Стэнли О’Нила превозносили как гения риска и приписывали эту заслугу ему, а когда осенью того же года на рынке кредитов случился кризис, было объявлено, что во всем виноват любитель риска – его быстренько уволили. Мы всегда преклоняемся перед крупными бизнесменами, влиятельными политиками и известными актерами, а также теми, кто летает на частных самолетах, – их достижения, наверно, являются результатом проявления каких-то уникальных способностей, которыми не обладают простые смертные, вынужденные питаться тем, что подают на борту рейсов коммерческих авиалиний. А еще мы склонны излишне доверять слишком точным прогнозам экспертов в области политики, финансов и бизнеса, которые говорят, что неоднократно доказали свою компетентность на практике.

Я знаю одно крупное издательство, в котором затратили колоссальные усилия на разработку годового, трехлетнего и пятилетнего планов работы отдела, занимающегося обучающими компьютерными программами. Издательство нанимало высокооплачиваемых консультантов, проводило длительные маркетинговые совещания, финансовые аналитики задерживались на работе до поздней ночи, руководство устраивало неформальные встречи вне офиса днем. В результате смутные догадки облекли в четкие формулы, при помощи которых получали значения



с точностью до нескольких знаков после запятой, что позволило построить из смутных догадок стройную систему. Итоги первого года продаж показали: те программы, которые, в соответствии с планом, должны были активно раскупаться, продавались не слишком хорошо, а на другие программы спрос был гораздо выше, чем это было предусмотрено планом. Под это подвели теоретическое обоснование и поощрили или наказали соответствующих сотрудников, как будто изначальные ожидания действительно имели какое-то значение. На следующий год развернулась ценовая война между двумя фирмами-конкурентами, которую никто не мог предвидеть. Годом позже на рынке обучающих программ разразился кризис. При усилении фактора неопределенности трехлетний план развития был обречен на провал. Пятилетний же план, в свое время столь любовно отшлифованный, подобно драгоценному алмазу, не выдерживал никакого сравнения с тем, что было воплощено на практике, поскольку к тому времени большинство сотрудников отдела нашли себе новую высокооплачиваемую работу.

Историки, сделавшие изучение прошлого своей профессией, не менее настороженно, чем естествоиспытатели, относятся к мысли о том, что события развиваются предсказуемым образом. На самом деле при изучении истории иллюзия неотвратимости настолько сильна, что опасливое к ней отношение – один из немногих пунктов, по которым историки-традиционалисты и историки-социалисты могут прийти к соглашению. Вот как сформулировал эту мысль историк-социалист Ричард Генри Тоуни: «Историки создают видимость неизбежности... выставляя напоказ силы, одержавшие победу, и умалчивая о силах, которые те подавили»<sup>[5]</sup>. А вот что говорила по этому поводу историк Роберта Вольстеттер, получившая из

рук Рональда Рейгана Президентскую медаль свободы: «После того, как событие произошло, все сигналы, конечно же, становятся предельно ясными: теперь мы видим, какую беду они предвещали... Однако до того, как событие случилось, сигналы туманны и носят в себе множество противоречивых смыслов»<sup>[6]</sup>.

В какой-то мере эта мысль выражается поговоркой «задним умом крепок», но мы зачастую ведем себя так, будто это высказывание неверно. Например, в правительственных структурах после каждой трагедии говорят, что такой-то и такой-то «должен был это предвидеть». В случае с нападением на Перл-Харбор (да и с терактом 11 сентября), если мы смотрим на предшествующие события с сегодняшней точки зрения, то кажется, что они однозначно указывают на определенное направление. Но, если мы попытались бы предсказать события до того, как они произошли, то, точно так же, как в случае с молекулой красителя или с шахматной партией, ощущение, что некие события предопределены, быстро улетучится. Во-первых, помимо разведанных, о которых я рассказывал, была масса других донесений, абсолютно бесполезных: каждую неделю на стол начальству попадали буквально горы донесений и прочих документов, которые подчас содержали тревожные или загадочные сообщения и которые в итоге оказались обманчивыми или незначительными. Но даже если бы мы из всей массы донесений выделили бы те, которые потом оказались важными, то перед нападением мы могли бы найти этим сообщениям разумные альтернативные толкования, которые на тот момент не указывали бы на внезапную атаку Перл-Харбора. Возьмем приказ разделить акваторию Перл-Харбора на пять зон: аналогичный приказ получили японские разведчики в Панаме, Ванкувере, Сан-Франциско и Портленде, штат Орегон.

Исчезновение из эфира тоже не было в те дни чем-то неслыханным: зачастую это означало, что военные корабли просто находятся в своих территориальных водах и обмениваются сообщениями при помощи наземных телеграфных линий. Более того, если бы тогда мы верили, что над нами нависает угроза войны, то увидели бы знаки, указывающие на подготовку нападения где угодно: например, на Филиппинах, в Индокитае или на острове Гуам. Конечно же, в данном случае возможностей пойти по ложному следу было гораздо меньше, чем в случае с молекулой красителя в стакане воды, но и того, что было, с лихвой хватило, чтобы затуманить ясное видение будущего.

После разгрома американского флота в Перл-Харборе целых семь комиссий Конгресса США проводили тщательное расследование причин, по которым военные проглядели все «знаки» готовящегося нападения. Так, начальник штаба армии генерал Джордж Маршалл еще в мае 1941 г. направил президенту Рузвельту докладную записку, в которой разразился критикой в адрес администрации. Генерал, в частности писал, что «Остров Оаху, благодаря своим укреплениям, гарнизону, природным характеристикам, считается сильнейшей крепостью в мире». Он уверял президента, что, даже если враги осмелятся напасть, их корабли, еще будучи «в двухстах милях от цели ...окажутся под огнем всех видов наших самолетов». Слова генерала Маршалла не свидетельствуют о его глупости или недалекости, но он все же не был в состоянии точно предсказывать будущее. Чем дольше мы изучаем случайность, тем больше убеждаемся, что ясно видеть причины событий можно, к сожалению, после того, как события произошли. Нам лишь кажется, что мы знаем, почему такой-то фильм пользовался успехом, такой-то кандидат выиграл выборы, тогда-то разразилась буря, такие-то акции упали в цене,

такая-то футбольная команда проиграла, такой-то новый товар не пользовался спросом, а такая-то болезнь обострилась. Но когда речь заходит о том, чтобы предсказать, будет ли такой-то фильм пользоваться успехом, выиграет ли такой-то кандидат выборы, разразится ли буря тогда-то, упадут ли такие-то акции в цене, проиграет ли такая-то футбольная команда, будет ли пользоваться спросом такой-то новый товар или обострится ли такая-то болезнь, – наше точное знание куда-то улетучивается.

Несложно выдумать объяснения прошлым событиям или уверить себя, что в будущем события будут развиваться именно так, как нам кажется. Однако наличие таких подводных камней еще не означает, что не надо предпринимать никаких усилий в этом направлении. Можно ведь постараться выработать у себя иммунитет к ошибкам интуиции. Можно научиться относиться к ретроспективным объяснениям и предсказаниям с определенной долей скептицизма. Можно направить свои усилия на то, чтобы оперативно реагировать на события, а не полагаться на способность их предсказать, и здесь пригодятся такие качества, как гибкость, уверенность, смелость, упорство. А еще можно больше внимания обращать на то, какое впечатление человек производит сам по себе, а не на его достижения в прошлом. Такой подход поможет устоять против искушения выносить суждения, исходя из детерминистической системы взглядов, к которой мы, не задумываясь, прибегаем.



В марте 1979 г. на атомной электростанции на острове Три-Майл Айленд в штате Пенсильвания произошла еще одна цепь событий, которую, казалось бы, трудно

было не предвидеть<sup>[7]</sup>. В результате произошло частичное расплавление активной зоны ядерного реактора, что привело к угрозе выброса в окружающую среду опасной дозы радиации. Все началось с того, что случилась утечка небольшого (объемом примерно с чашку) количества воды из фильтра тонкой очистки. Вода попала в пневматическую систему, которая приводит в действие некоторые механизмы на станции, в результате чего открылись два клапана. Открывшиеся клапаны перекрыли доступ холодной воде в парогенератор станции, при помощи которого излишки тепла отводятся от ядерного реактора. После этого включился аварийный насос, но его клапаны оказались по ошибке закрыты во время проводившегося за два дня до событий осмотра. Насосы, таким образом, впусную перекачивали воду. Все усугублялось тем, что клапан сброса давления тоже не работал, как и датчик на пульте оператора, который должен был подавать сигнал об отказе клапана.

Каждое из этих событий само по себе не считается чем-то из ряда вон выходящим и не ведет к аварии. Неполадки фильтров тонкой очистки случались довольно часто и никогда не считались чем-то серьезным; на атомной станции то и дело открываются и закрываются тысячи клапанов и нередко некоторые из них ошибочно остаются закрытыми или открытыми, но, как правило, это не вызывает опасений; а предохранительные клапаны вообще считаются крайне ненадежными – они и до этого отказывали на еще одиннадцати атомных электростанциях без каких бы то ни было трагических последствий. Но когда эти неполадки случились все вместе, сложилось впечатление, что на станцию напало стадо диких животных. После этого чрезвычайного происшествия проводились многочисленные расследования,

предпринимались многочисленные попытки свалить вину на конкретных людей, и были сделаны довольно интересные выводы. В частности, эта цепочка событий помогла профессору социологии из Йельского университета Чарльзу Перроу создать новую теорию несчастных случаев, в систему которой он включил главный аргумент этой главы: в сложных системах (к которым я причисляю и человеческую жизнь) самые незначительные факторы, на которые обычно можно не обращать никакого внимания, иногда совершенно случайно влекут за собой масштабные последствия<sup>[8]</sup>.

Перроу в своей теории отмечает, что современные системы включают в себя тысячи элементов, в том числе и ненадежный человеческий фактор, а взаимодействия этих элементов настолько сложны, что, как и в случае с атомами Лапласа, по отдельности эти взаимодействия невозможно проследить или предсказать. Определенно можно лишь сказать, что, как атомы, перемещающиеся «походкой пьяного», в конце концов попадают в определенную точку, так и катастрофы рано или поздно случаются. Эта теория получила название теории «нормальных несчастных случаев». Теория Перроу описывает, как несчастный случай может произойти без явных причин, вопиющих ошибок и людей, допустивших преступную халатность, которых ищут комиссии по расследованию, назначаемые компанией или государством. Помимо этого, теория нормальных несчастных случаев объясняет, почему иногда все неизбежным образом идет наперекосяк. Впрочем, ее можно рассматривать и с другой стороны – применить для объяснения того, почему иногда все идет как надо. Когда мы пытаемся сделать нечто сложное, не имеет значения, сколько у нас будет неудачных попыток: если мы проявим упорство, шансы в конце концов преуспеть совсем неплохи.

Некоторые экономисты вслед за Брайаном Артуром доказывают: сочетание незначимых факторов может привести к тому, что даже ничем не примечательные компании одержат верх над своими конкурентами. «На практике, – писал он, – случается так, что если на рынок одновременно выходят несколько компаний одинакового масштаба, то определить, какие из них раньше создадут клиентскую базу и, в конечном итоге, завладеют рынком, помогают зачастую незначительные случайные события: неожиданные заказы, случайные встречи с покупателями, прихоти руководства. Экономическую конъюнктуру... [определяют] отдельные сделки, слишком мелкие, чтобы их можно было предвидеть; эти незначительные «случайные» события могут накапливаться и при наличии положительной обратной связи со временем становиться более весомыми»<sup>[9]</sup>.

Сходное явление наблюдается и в социологии. Возьмем для примера группу ученых, которая исследовала покупательские привычки потребителей в области, которую социологи определили как «культурная индустрия»: книги, фильмы, произведения искусства, музыка. Среди маркетологов принято считать, что в этих областях успех достигается путем угадывания потребительских предпочтений. Если придерживаться этой точки зрения, то агентам, продюсерам и менеджерам полезнее всего изучать опыт Стивена Кинга, Мадонны, Брюса Уиллиса или других знаменитостей, собирающих толпы поклонников. Как уже говорилось, при изучении прошлого совершенно несложно выявить причины, объясняющие грандиозный успех. Далее дело за малым: воспроизвести этот успех.

Это детерминистский взгляд на рынок, взгляд, согласно которому успех определяется в основном качествами и свойствами самого товара. Но имеется

и другой, недетерминистский подход. Согласно ему, существует множество прекрасных, но никому не известных книг, певцов, актеров, а тому или иному человеку или произведению помогает целый ряд случайных и незначительных факторов, иными словами, – удача, и поэтому агенты, продюсеры и менеджеры, придерживающиеся традиционного подхода, тратят время впустую. Интернет позволяет это проверить. Исследователи выбрали в качестве объекта рынок музыкальной продукции, где больше всего продаж начинает осуществляться через Интернет. Для опроса был отобран 14 341 участник. Участникам предложили прослушать, оценить и, по желанию, скачать себе 48 песен исполнителей, о которых эти участники никогда раньше не слышали<sup>[10]</sup>. Некоторым из участников также сообщалось о том, насколько популярна каждая из песен, т.е. сколько участников опроса скачали ее. Этих участников разделили на восемь разных «миров», и им давали статистику скачивания только в рамках их собственного «мира». В каждом из «миров» все песни начинали с нулевых рейтингов – их никто не скачивал, а потом каждый «мир» развивался независимо от остальных. Была также и девятая группа участников, которым не сообщали никакой дополнительной информации. Исследователи ввели эту группу «изолированных слушателей», чтобы определить «внутреннее качество» каждой из песен, т.е. насколько она находит отклик у слушателя в отсутствие влияния внешних факторов.

Если бы детерминистская картина мира была истинной, в каждом из восьми «миров» самыми популярными стали бы одни и те же песни, а рейтинги популярности песен должны были соответствовать их внутреннему качеству, которое определяли бы «изолированные слушатели». Но исследователям открылась диаметрально противоположная картина:



популярность каждой отдельной песни очень сильно варьировала по «мирам». Кроме того, разные песни со схожим «внутренним качеством» тоже очень сильно отличались по популярности. Например, песня «Lockdown» группы «52metro» по своему внутреннему качеству заняла двадцать шестое место из сорока восьми, при этом в одном из «миров» она заняла первое место, а в другом – сороковое. В этом эксперименте, как только ту или иную песню с самого начала случайно стали скачивать, ее кажущаяся популярность оказывала влияние на будущих покупателей. Часто такое наблюдается и в киноиндустрии: зрители хорошо отзываются о фильме, если слышали, что он хороший. В нашем примере незначительные случайные факторы сыграли свою роль, и популярность песни в будущем росла, как снежный ком. Все тот же эффект бабочки.

Если мы с вами приглядимся к важнейшим событиям нашей жизни, то обнаружим, что жизнь во многом сложилась бы по-другому, если бы не случайное стечение малозначительных факторов: мы с кем-то случайно встретились, нам случайно предложили работу и т.п. Возьмем, к примеру, актера, который с конца 1970-х гг. на протяжении семи лет жил в скромной квартирке на 49-й улице в Манхэттене – на пятом этаже в доме без лифта – и безуспешно пытался сделать себе имя в актерской среде. Он работал в малоизвестных, иногда весьма и весьма малоизвестных, театрах, снимался в рекламе, делал все возможное, чтобы его заметили, чтобы прославиться и заработать денег, чтобы можно было зайти в любой ресторан, съесть большой бифштекс и при этом не делать ноги, пока официант ходит за счетом. Как и в случае со многими другими людьми, изо всех сил стремящимся сделать карьеру, неважно, какие усилия он прилагал, чтобы получать нужные роли, принимать правильные с точки зрения

карьеры решения и вообще преуспеть в этой сфере, – лучшую роль этой молодой честолюбивый актер играл в другой своей жизни, подрабатывая барменом. Но однажды летом 1984 г. он отправился в Лос-Анджелес то ли посмотреть Олимпийские игры (если верить его агенту), то ли навестить подружку (если верить газете «Нью-Йорк Таймс»). Неважно, что именно двигало актером при принятии этого решения, важно то, что поехал он вовсе не из стремления сделать карьеру, его влекла любовь, ну или любовь к спорту. Но в результате оказалось, что это решение стало самым удачным за всю его карьеру, если не жизнь.

Актера зовут Брюс Уиллис, и в Лос-Анджелесе один из агентов предложил ему сходить на пробы<sup>[11]</sup>. К тому моменту пробы к новому телесериалу уже подходили к концу. Продюсеры решили, кого из актеров они возьмут, но в Голливуде нет ничего окончательного, пока не высохли чернила на контракте или не закончился судебный процесс. Уиллис пришел и получил роль Дэвида Эдисона – главную мужскую роль (в паре с Сибилл Шеперд) в новом проекте телеканала Эй-би-си, который назывался «Детективное агентство “Лунный свет”».

Нам хотелось бы верить, что Уиллис был гораздо лучше актера X, которого прочили на главную роль до его появления, а все остальное, как говорится, детали. Но это все потому, что сейчас мы знаем о грандиозном успехе сериала и Уиллиса, сыгравшего в нем главную роль, и нам трудно представить, насколько далеки были голливудские воротилы от того, чтобы при виде Уиллиса впадать в эйфорию от такой удачи (как же, настоящий самородок!), раскуривать сигары и сжигать утративший актуальность список актеров. Представьте, что вы отправляете троих детишек в магазин и просите их купить одну упаковку мороженого: двое из них хотят

купить клубничное мороженое, а третий – шоколадный кекс. Представили? Так вот, примерно то же самое происходило и на тех пробах. Администраторы канала настаивали на том, чтобы роль досталась актеру X, говорили, что Уиллис не похож на хорошего исполнителя главной роли, в то время как исполнительный продюсер сериала Гленн Карон настаивал именно на кандидатуре Уиллиса. Сейчас нам легко сказать, что эти администраторы канала – идиоты и ничего не смыслят, так что к их мнению не стоило прислушиваться. Насколько я знаю, продюсеры телевизионных проектов часто так и поступают, особенно когда администраторы каналов их не слышат. Но не спешите делать выводы, учтите, что поначалу зрители согласились с невысокой оценкой, данной администраторами канала. «Детективное агентство “Лунный свет”» запустили в марте 1985 г., и в течение всего первого сезона рейтинги у сериала были довольно низкие. Лишь когда начали показывать второй сезон, зрители поменяли свое мнение, и проект стал одним из самых успешных на телеканале. То, что Уиллис окажется настолько харизматичным и добьется такого грандиозного успеха, предвидеть изначально было невозможно, по крайней мере, до тех пор, пока он однажды не проснулся знаменитым. Можно, конечно, списать эту историю на то, что в Голливуде все чокнутые, если бы не одно «но»: случай с Уиллисом далеко не уникальный, многие пришли к своему успеху такой вот «походкой пьяного». Жизненный путь многих знаменитостей отмечен волей непредсказуемого случая, причем это касается не только их карьеры, но и личной жизни, увлечений, выбора друзей. Это скорее правило, чем исключение.

Недавно я засиделся допоздна перед телевизором и увидел интервью с еще одной знаменитостью, которая, впрочем, не имеет отношения к шоу-бизнесу.

Знаменитостью был Билл Гейтс. Журналист, который вел беседу, вообще-то известен своим сарказмом, но к Гейтсу он выказывал необычайное почтение. Даже присутствующие в студии зрители смотрели на Гейтса, как завороченные. Причина тут ясна: по версии журнала «Форбс» в течение тринадцати лет подряд Гейтса признавали самым богатым человеком мира. Вдумайтесь: с момента основания корпорации «Майкрософт» Гейтс зарабатывает больше ста долларов в секунду. Когда его спросили, каким он видит будущее интерактивного телевидения, все буквально замерли в ожидании. Сказал он какую-то банальность, ответ не отличался ни творческим подходом, ни оригинальностью, ни проницательностью. Возьмите любого программиста – он скажет примерно то же самое. Тогда возникает вопрос: Билл Гейтс каждую секунду зарабатывает по сто долларов, потому что он является небожителем, или он является небожителем, потому что зарабатывает по сто долларов в секунду?

В августе 1980 г. группа специалистов корпорации «IBM», работавших над реализацией секретного проекта по созданию персонального компьютера, прибыла в Сиэтл, чтобы провести переговоры с молодым предпринимателем, занимавшимся компьютерами, – Биллом Гейтсом, у которого на тот момент была своя маленькая фирма. «IBM» нужна была программа, операционная система, чтобы установить ее на «домашний компьютер», который должны были вот-вот выпустить на рынок. Далее версии воспоминаний о событиях расходятся, но суть примерно в следующем<sup>[12]</sup>. Гейтс сказал, что он не сможет разработать операционную систему, и направил сотрудников «IBM» к известному программисту Гэри Килдаллу, который работал на корпорацию «Digital Research Inc.». Переговоры между сотрудниками «IBM» и Килдаллом зашли в тупик. Во-первых, когда

сотрудники «IBM» показали в офисе «Digital Research Inc.», тогдашняя жена Килдалла – она работала в той же компании коммерческим директором – отказалась подписать с «IBM» соглашение о неразглашении информации. Но посланцы «IBM» решили не сдаваться и опять позвонили Килдаллу, который на этот раз согласился с ними встретиться. Никто не знает, что именно произошло во время той встречи, но даже если была достигнута какая-то устная договоренность, дальше этого дело не пошло. Примерно в это же время один из сотрудников «IBM», Джек Самс, встретился с Гейтсом еще раз. Оба знали, что одна операционная система уже существует: одни считают, что ее разработал сам Килдалл, другие – что он подал основную идею. По словам Самса, Гейтс сказал: «Вы хотите заполучить... [эту операционную систему], или хотите, чтобы я?...». Самс, хотя ему и не понравился намек собеседника, все же ответил: «Добудьте ее». За 50 тыс. долларов (по некоторым свидетельствам, сумма была несколько больше) Гейтс внес в программу кое-какие изменения и назвал ее DOS (дисковая операционная система). В «IBM», видимо, не поверили в успех этой затеи, поэтому приобрели у Гейтса лицензию, по условиям которой ему полагалось уплата небольшого процента с продажи каждой копии, а права на саму операционную систему оставались за Гейтсом. Система DOS была ничем не лучше, – а многие, в том числе специалисты по компьютерам, – скажут, что она была гораздо хуже, чем, например, операционная система компании «Apple», написанная под компьютеры семейства «Macintosh». Однако число клиентов «IBM» росло настолько быстро, что программистам приходилось писать программы под DOS, поощряя тем самым потенциальных пользователей покупать компьютеры «IBM», что, в свою очередь, поощряло написание программ под DOS. Иными словами, как сказал бы Брайан

Артур: «люди покупали DOS потому, что люди покупали DOS». Если сравнить мир компьютерных предпринимателей с жидкостью, то Гейтс стал той самой молекулой, которая выпала из обоймы. Но если бы Килдалл был чуть стоворчивее, представители «IBM» чуть дальновиднее, а Сэмс не встретился бы с ним второй раз, то Гейтс, несмотря на всю свою пронизательность и деловую хватку, стал бы просто еще одним компьютерным предпринимателем, а отнюдь не самым богатым человеком на свете. Видимо, этим и объясняется, почему его высказывания ничем не выделяются среди высказываний многих других бизнесменов, имеющих дело с программным обеспечением.

Наше общество быстро производит богатых людей в герои, а бедняков назначает козлами отпущения. Возьмем, к примеру, воротилу рынка недвижимости Дональда Трампа, который три раза становился банкротом: один раз из-за отеля «Плаза» и два раза из-за сети казино (так, акционер, вложивший в 1994 г. 10 тыс. долларов в акции его казино, через тринадцать лет получил лишь 636 долларов)<sup>[13]</sup>. Именно памятуя о том, что богачей превозносят, он смело выступил в одной из популярнейших телепрограмм с осуждением деловой хватки честолюбивых молодых людей.

Конечно же, неверно было бы считать, что чем более выдающийся человек перед нами, тем он богаче. Нам не дано видеть возможности людей, мы судим только по достигнутому ими результату, и поэтому зачастую делаем о них ошибочные выводы, полагая, что достигнутые результаты в полной мере отражают личность человека. Теория нормальных несчастных случаев доказывает не то, что связь между поступком и наградой случайна, а то, что случайные события играют в нашей жизни ничуть не менее важную роль, чем наши личные качества и действия.

Многие из нас на чисто эмоциональном уровне отрицают влияние случайности на человеческую жизнь, в то время как разумом они прекрасно понимают: от этого влияния никуда не деться. Если мы не признаем, что случайность сыграла немаловажную роль в судьбах знаменитостей, то разве мы при этом недооцениваем роль случайности в жизни тех, кто совсем не смог добиться успеха? В 1960-х гг. изучением этого вопроса занялся специалист по социальной психологии Мелвин Лернер: его интересовало, почему в обществе укоренилось негативное отношение к беднякам<sup>[14]</sup>. Прекрасно понимая, что «мало кто станет участвовать в каких-то масштабных проектах, если при этом будет верить, что между его действиями и получаемой наградой существует лишь случайная связь»<sup>[15]</sup>, Лернер пришел к выводу: «ради того, чтобы не лишиться рассудка, люди сильно переоценивают степень, в которой по чьим-либо успехам можно сделать вывод об их способностях<sup>[16]</sup>». Например, мы склонны предполагать, что знаменитые актеры гораздо более талантливы, чем восходящие звезды, и что самые богатые люди одновременно и самые умные.



Мы можем не отдавать себе отчета в том, что судим о людях по их доходам или по внешним атрибутам их успеха, но даже когда мы точно знаем, что человек получает абсолютно случайную зарплату, многие не могут удержаться от подспудного вывода о том, что он эту зарплату так или иначе заслужил. Мелвин Лернер провел такой эксперимент: усадил участников в затемненную комнату лицом к специальному, прозрачному с одной стороны зеркалу<sup>[17]</sup>. Со своих мест участники видели небольшую ярко освещенную

комнату, где стоял стол и два стула. Участников убедили, что сейчас в ту комнату войдут двое рабочих, Том и Билл, которые в течение пятнадцати минут будут трудиться над составлением анаграмм. В этот момент занавески перед зеркалом-окном закрыли, а Лернер сказал участникам, что это делается для чистоты эксперимента: если они будут только слышать рабочих, их не введет в заблуждение их внешний вид. Еще психолог сказал, что с финансированием у него не очень, поэтому он сможет заплатить только одному из рабочих, причем он будет выбран случайным образом. Когда Лернер вышел из комнаты, его помощник включил аудиозапись. Участники были убеждены, что слышат, как в комнату за занавесками вошли Том и Билл и начали свою работу. А на самом деле Том и Билл на пленке читали заранее составленный диалог, из которого по ряду объективных причин следовало, что они в одинаковой мере преуспевают в выполнении этого задания. Потом ничего об этом не знающим участникам эксперимента предложили оценить Тома и Билла по тому, сколько усилий они потратили, насколько творчески подошли к заданию и насколько преуспели. Если для получения денег выбирали Тома, то за него голосовали около 90% участников. А если выбирали Билла, то за него голосовали порядка 70%. Несмотря на то, что Том и Билл внесли в работу одинаковый вклад и что участникам эксперимента было известно: тот, кому заплатят, будет выбран случайным образом, участники эксперимента ощущали, что человек, которому заплатили, работал лучше, чем второй, которому не заплатили. Увы, все, кто одеваются таким образом, чтобы производить впечатление успешных людей, прекрасно знают, с какой легкостью зарабатываемые деньги могут ввести окружающих в заблуждение.



Серия аналогичных исследований показала: среди самих работников бытует точно такое же мнение<sup>[18]</sup>. Ни для кого не секрет, что раз начальник занимает высокое положение в обществе, у него хорошее образование, почетное звание и высокая зарплата, то он всегда будет придавать своим идеям больший вес, чем идеям своих подчиненных. Исследователи задались вопросом: не будут ли люди, которые получили много денег исключительно по воле случая, вести себя точно так же? Прививает ли даже незаслуженная «успешность» чувство превосходства? Чтобы выяснить это, ученые выбрали пары добровольцев, которым поручили совместно выполнить какие-то бессмысленные задания. Так, например, в одном из заданий участникам эксперимента на мгновение показали черно-белое изображение, после чего их попросили определить, в верхней или нижней части изображения было больше белого цвета. Перед выполнением задания пары подбирались случайным образом, но так, чтобы доходы одного из участников существенно превышали доходы второго. Пока участники эксперимента об этом не знали, споров между ними практически не возникало. Но когда им сообщили, кто из них сколько получает, те, у кого зарплата оказалась больше, стали не так внимательно прислушиваться к своим напарникам, чем те, кто зарабатывал меньше. Даже случайная разница в доходах приводила людей к мыслям: у них разный уровень мастерства, а значит, и разная степень влиятельности. И когда речь идет о личном и карьерном росте, от данного факта нельзя отмахнуться.

Но это лишь обратная сторона вопроса, и она ближе к изначальной мотивации, которая подвигла Лернера на проведение этого исследования. Лернер и один из его коллег решили выяснить, считаем ли мы, что те, кто не добился успеха, или те, на чью долю

выпали страдания, заслуживают этого<sup>[19]</sup>. Для участия в эксперименте пригласили группу студенток университета. Им предложили подождать в приемной. Через несколько минут выбрали и увели одну из них. Эта студентка, которую я условно назову «жертвой», на самом деле не была участницей эксперимента, ее привели в приемную сами исследователи. Оставшимся в приемной участницам эксперимента сказали, что им предстоит наблюдать за тем, как «жертва» будет выполнять учебное задание и что при каждом неверном ответе она получит разряд электрического тока. Исследователь подкрутил какие-то ручки, при помощи которых якобы регулировалась сила тока, а потом включили видеомонитор. Участницы исследования видели, как «жертва» зашла в соседнюю комнату, как ее пристегнули ремнями к «электрошокеру», как она пыталась заучить пары ничего не значащих слогов.

В процессе выполнения задания «жертва» получила за неправильные ответы несколько явно болезненных ударов током. Она вскрикивала от боли. На самом же деле «жертва» лишь подыгрывала, а то, что участницы эксперимента увидели на экране, было заранее подготовленной видеозаписью. Поначалу, как и ожидалось, большинство участниц эксперимента были возмущены несправедливыми страданиями такой же студентки, как они сами. Но чем дольше продолжался эксперимент, тем меньше оставалось в них сочувствия. Дальше участницы эксперимента, которые ничем не могли помочь «жертве», стали плохо о ней говорить. И чем больше страдала «жертва», тем хуже о ней отзывались. Как и предвидел Лернер, участницам эксперимента важно было оценить ситуацию с точки зрения причины и следствия. Чтобы точно убедиться, что здесь не играет роли какая-нибудь другая закономерность,

эксперимент повторили с другими группами испытуемых, которым сказали, что за боль, которую «жертве» придется терпеть, она получит хорошее вознаграждение. Иными словами, эти участники эксперимента верили: «жертва» страдает «заслуженно», но в целом их поставили в ситуацию, аналогичную той, в которой оказалась первая группа. Участники из этой группы не стали относиться к «жертве» хуже. Увы, очевидно, мы испытываем предубеждение против тех, кто вышел из низов.

Мы потому не замечаем влияние случайностей на наши судьбы, что, приходя в этот мир, всеми силами стараемся видеть то, что мы хотим видеть. Иными словами, мы измеряем степень таланта степенью успеха, и уже потом выявляем это соответствие в подкрепление наших причинно-следственных выкладок. Именно поэтому нет особых различий между способностями человека, пользующегося бешеным успехом, и человека менее популярного. Разница между ними лишь в том, как эти способности воспринимаются. Если бы до выхода на экраны сериала «Детективное агентство «Лунный свет»» молодой Брюс Уиллис сказал бы вам, что надеется стать знаменитым актером, вы вряд ли подумали бы: «Ух ты! Ну и повезло же мне! Я запросто один на один разговариваю с будущей звездой». Скорее всего, вы подумали бы: «Ну да, ну да, ты часом вермута не перебрал?» Однако на следующий день после того, как сериал стал пользоваться успехом, все вдруг разглядели в Брюсе Уиллисе звезду, парня, в котором есть что-то такое, что позволяет ему целиком завладеть сердцами и умами зрителей.

Силу ожиданий еще много лет назад впечатляюще продемонстрировал в своем смелом эксперименте психолог Дэвид Розенхан<sup>[20]</sup>. Суть эксперимента заключалась в том, что было выбрано восемь

«псевдопациентов», каждый из которых обратился в одну из многочисленных больниц и с порога заявлял, что слышит странные голоса. Группа «псевдопациентов» была весьма разнородной: три психолога, психиатр, педиатр, студент, художник и домохозяйка. Из того, что они сообщали о себе, вымышленными были только имена, профессии и описание одного и того же симптома, в остальном они рассказывали только правду. Уверенные в том, что наша система здравоохранения работает как часы, некоторые из участников эксперимента позже рассказывали, что боялись, будто их сразу разоблачат, поймут, что они психически здоровы. Одним словом, что им придется краснеть за свой поступок. Но их опасения оказались напрасными. Всех, кроме одного, положили в больницу с диагнозом пизофрения. Оставшемуся участнику поставили диагноз «маниакально-депрессивный психоз».

После того, как участников положили в больницу, они перестали симулировать симптомы и сказали, что голоса исчезли. И, в соответствии с полученными от Розенхана указаниями, стали ждать, пока медперсонал заметит, что на самом деле они не являются душевнобольными. Никто из персонала этого не заметил. На их поведение смотрели сквозь призму их психического заболевания. Когда один из участников эксперимента стал записывать что-то у себя в дневнике, медсестра сделала такую пометку «изменения в поведении пациента: склонность к письму», считая это одним из признаков душевного заболевания. Когда с одним из участников эксперимента стал жестоко обращаться санитар, пациент не сдержался, и это тут же было сочтено признаком патологии. Даже то, что кто-то из участников пришел в столовую до открытия, было признано одним из симптомов умопомешательства. Остальные пациенты, которым было все равно, что

за диагноз поставили «псевдопациентам», то и дело говорили им: «Вы же не сумасшедшие. Вы журналисты. Вы тут с проверкой». А лечащие врачи при этом писали в историях болезни примерно следующее: «Белый мужчина тридцати девяти лет... в течение многих лет, еще с раннего детства проявляет заметную двойственность в личных отношениях. Теплые отношения с матерью охлаждаются в подростковом возрасте. С отцом отношения очень напряженные».

Хорошо еще, что несмотря на такие подозрительные привычки, как ведение дневника или приход на обед раньше срока, было решено, что участники эксперимента не представляют опасности ни для самих себя, ни для окружающих, поэтому всех их выписали в среднем через девятнадцать дней. В больницах так и не раскрыли обман, а когда по окончании эксперимента им обо всем сообщили, представители больниц отрицали саму возможность такого развития событий.

Стать жертвой ожиданий легко, но не менее просто и эксплуатировать их. Именно поэтому соперничающие друг с другом голливудские актеры изо всех сил стараются показать, что между ними нет никакой конкуренции, поэтому врачи носят белые халаты и развешивают по стенам своих кабинетов всевозможные дипломы, поэтому продавцы подержанных машин скорее замаскируют какие-то внешние недостатки машины, чем будут попусту тратиться на починку двигателя, а преподаватели с большей охотой поставят высший балл за выполненное домашнее задание ученику успевающему, а не отстающему<sup>[21]</sup>. Специалисты по маркетингу прекрасно знают об этой особенности человеческого восприятия и разрабатывают рекламные кампании так, чтобы эксплуатировать наши ожидания. Особенно эффективно это в таком сегменте рынка, как продажа водки. Водка – это нейтральный

напиток, который дистиллируют, согласно принятым в США стандартам, «так, чтобы у нее не было различного характерного запаха, вкуса или цвета». Таким образом, большинство производителей водки в Америке вовсе не похожи на темпераментных производителей вин, которые носят фланелевые рубашки, это, как правило, промышленные гиганты вроде агрохимической корпорации «Archer Daniels Midland». Задача производителя водки вовсе не в том, чтобы следить за процессом старения, который придает напитку неповторимый тонкий букет, а в том, чтобы взять концентрированную жидкость, поставляемую этими самыми промышленными гигантами, разбавить ее водой и, по возможности, напрочь лишит получившуюся смесь вкуса. Однако, благодаря масштабным рекламным кампаниям, производители водки сумели создать у потребителей весьма сильные ожидания разницы. В итоге люди и правда верят, что этот напиток, который по определению не обладает характерными вкусовыми особенностями, на самом деле различается по вкусу в зависимости от производителя. Более того, потребители готовы платить за эти различия немалые деньги. Чтобы меня не сочли лишенным вкуса невежей, обращаю внимание на то, что существует способ проверить мои домыслы. Можно взять несколько сортов водки, пригласить несколько людей, разбирающихся в ней, и провести тест «вслепую». Так случилось, что газета «Нью-Йорк Таймс» как раз провела такое исследование<sup>[22]</sup>. Вы удивитесь, но без своих этикеток известные сорта водки, например, «Grey Goose» и «Ketel One», не получили высокой оценки. С общепринятой точки зрения, результаты теста кажутся случайными. Но пойдём дальше. Участникам эксперимента предлагалось оценить двадцать один сорт водки. Наивысшую оценку получила дешевая водка

марки «Smirnoff», которую продают во всех барах. Мы с вами оценивали бы мир совсем по-другому, если бы наши суждения были свободны от ожиданий и основывались только на существенных сведениях.



Несколько лет назад лондонская газета «Санди Таймс» провела эксперимент. Редакторы газеты разослали перепечатанный на машинке текст первых глав романов, удостоенных Букеровской премии – самой престижной на сегодняшней день премии в области литературы – двадцати крупнейшим издателям и литературным агентам<sup>[23]</sup>. Первый роман назывался «В подвешенном состоянии», его написал лауреат Нобелевской премии по литературе В. С. Найпол, второй вышел из-под пера Стенли Миддлтона и назывался «Праздник». Можете не сомневаться: если бы адресаты знали, что за известные книги им прислали, каждый из них тут же поспешил бы прислать хвалебный отзыв. Но тексты были присланы от имени начинающих авторов, и ни один из издателей и литературных агентов не узнал их. И какие же отзывы были получены на эти знаменитые произведения? Девятнадцать получателей из двадцати прислали отказ. Исключением стал только роман Миддлтона – он привлек внимание литературного агента из Лондона. Однако в своем отзыве на книгу Найпола тот же агент написал: «Книга производит впечатление весьма оригинальной, но, боюсь, она не слишком увлекательна, чтобы мы взялись познакомиться с ней широкую публику».

Писатель Стивен Кинг как-то раз провел похожий эксперимент, впрочем, цель у него была несколько иная. Ему подумалось, что читателям будет сложно угнаться за всеми его многочисленными новыми

книгами, поэтому издал серию романов под псевдонимом Ричард Бахман. Спрос на эти книги ясно показал: даже Стивен Кинг ничто без своего имени. Когда, наконец, стало известно о том, кто настоящий автор этих романов, их тут же стали раскупать. Жаль, что Стивену Кингу не пришла в голову идея провести противоположный эксперимент: взять рукопись какого-нибудь хорошего, но неопубликованного романа молодого неизвестного писателя и издать ее, поместив на обложке свое имя. Раз уж сам Стивен Кинг ничто без своего имени, то если наше творчество принимают без всякого воодушевления, мы можем утешиться тем, что дело тут не обязательно в качестве наших работ, как утверждают некоторые.

Много лет назад, когда я работал в Калифорнийском технологическом, мой кабинет находился по соседству с кабинетом физика по имени Джон Шварц. Он не являлся признанным светилом и почти десять лет страдал от всеобщего осмеяния, будучи чуть ли не единственным сторонником так называемой «теории струн», считавшейся в то время опровергнутой. Согласно этой теории, во вселенной гораздо больше измерений, чем те три, что даны нам в ощущениях. Но однажды Джон со своим единомышленником совершил открытие и по некоторым причинам, в которые мы сейчас не станем вдаваться, другие измерения перестали казаться такими уж невероятными. Сейчас теория струн стала одной из самых популярных в физике, а Джона считают одним из гениев, патриархом науки. А ведь если бы он сдался, опустил руки в годы неизвестности, его судьба стала бы прекрасной иллюстрацией к знаменитому изречению Томаса Эдисона: «Многие из тех, кто потерпел в жизни неудачу, – это люди, не понимавшие, как близко они находились к успеху в тот момент, когда сдались»<sup>[24]</sup>.



Я знал еще одного физика, чья судьба очень похожа на судьбу Джона. Он был научным руководителем Джона в Калифорнийском университете в городе Беркли, и его называли одним из лучших ученых своего поколения. Этот физик вел исследования в направлении, которое называется теорией S-матрицы. Подобно Джону, он был необычайно настойчив и продолжал бороться и работать над своей теорией, хотя другие сдавались и отступали. Но, в отличие от Джона, не преуспел. И поскольку успех к нему так и не пришел, он закончил свою карьеру, оставаясь в глазах окружающих ненормальным. Но, по моему глубокому убеждению, и он, и Джон были гениальными учеными, у которых хватало смелости – без какой бы то ни было гарантии совершения открытия и славы – работать над теорией, вышедшей из моды. Точно так же, как писателей надо оценивать по их произведениям, а не по тому, сколько экземпляров их книг продано, так и физиков – и вообще всех, кто старается чего-либо достичь, – надо оценивать больше по их способностям, чем по достигнутым ими успехам.

Нить, связующая способности и успех, отнюдь не находится в постоянном натяжении. В популярных книгах мы с готовностью находим достоинства, и в то же время нам кажется, что неопубликованным рукописям, дешевым сортам водки и людям, которые из сил выбиваются, работая в каком-либо направлении, чего-то не хватает. Легко поверить, что сработавшие идеи были удачными, осуществленные планы – хорошо составленными, а неосуществившиеся идеи и планы – просто-напросто плохо продуманы. Легко делать героев из наиболее успешных личностей, а на остальных смотреть свысока. Но наличие способностей еще не гарантирует успеха, больше того, успех не находится в пропорциональной зависимости от

способностей. Поэтому всегда надо держать в голове другую переменную нашего уравнения – роль случая.

Нет ничего страшного в том, чтобы считать всех, кто добился успеха в какой-либо области, супергероями. Но если мы слишком доверяем мнению экспертов или спросу на рынке и утрачиваем веру в себя, а в результате опускаем руки, может произойти трагедия. Подобное случилось с Джоном Кеннеди Тулом, который совершил самоубийство, не перенеся отказов издателей, хотя после смерти его «Сговор остолопов» стал пользоваться бешеным успехом. Поэтому, когда я ловлю себя на том, что пытаюсь судить о человеке по достигнутому им успеху, я постоянно напоминаю себе, что если бы, например, Стивен Кинг начал все сначала, он мог бы так и остаться Ричардом Бахманом, а В.С. Найпол был бы еще одним подающим надежды молодым писателем, и что где-то рядом бродят люди, которые ничем не хуже Билла Гейтса, Брюса Уиллиса, Роджера Мариса, но которые, тем не менее, не стали ни богатыми, ни знаменитыми. Судьба не преподнесла им подарка в виде правильно угаданного программного обеспечения, телесериала или года. Для меня главный вывод из этого в том, что ни в коем случае нельзя останавливаться на полдороге и поворачивать назад, ибо раз случайность играет определенную роль в нашей жизни, то один из важнейших факторов, определяющих успех, находится под нашим контролем, а именно – количество шагов, количество использованных шансов и возможностей. Потому как даже когда мы подбрасываем монету и она уже готова упасть невыигрышной для нас стороной, все же существует вероятность, что в самый последний момент монета перевернется, и мы выиграем. Или, как сказал Томас Уотсон, стоявший у истоков корпорации «IBM»: «Если вы хотите преуспеть, удвойте частоту своих неудач».

В этой книге я попытался рассказать об основных концепциях случайности, показать, как они действуют в жизни человека, и изложить свою точку зрения, согласно которой мы часто склонны забывать о проявлениях случайности, когда пытаемся истолковать те или иные события, когда формируем свои ожидания и принимаем решения. Нас может озарить само осознание того, что без случайных процессов в нашей жизни не обходится ничто. Однако истинная сила теории случайных процессов заключается в том, что, однажды поняв их природу, мы можем изменить свое восприятие происходящих вокруг нас событий.

Психолог Дэвид Розенхан писал, что «если человек ненормальный, то все его поступки и личные качества, даже вполне нормальные, воспринимаются сквозь призму этого ярлыка»<sup>[25]</sup>. То же самое можно сказать и о звездности и других ярлыках успешности, равно как и неудачливости. Мы судим о людях и новых идеях по их результатам и ожидаем, что события будут развиваться в соответствии с достаточными и понятными основаниями. Но зачастую наше ясное представление о неизбежности – всего лишь иллюзия. Я написал эту книгу, будучи твердо уверен, что мы в состоянии перестроить ход наших мыслей перед лицом неопределенности. Мы в состоянии научиться принимать оптимальные решения и подавить предубеждения, которые заставляют нас выносить неадекватные суждения и делать неудачный выбор. Мы вполне можем пытаться осмыслить качества людей или параметры ситуации вне зависимости от результатов, которых добиваются люди или к которым приводит ситуация. Нам вполне по силам научиться оценивать решения по всему диапазону возможных последствий, к которым эти решения могут привести, а не только по реальным последствиям этих решений.

Мама всегда говорила мне, что не стоит думать, будто я могу предсказать будущее или в полной мере контролировать его. Она как-то рассказала о случае, который окончателью ее в этом убедил. Случай произошел с ее сестрой Сабиной, о которой она до сих пор часто вспоминает, хотя со времени их последней встречи прошло уже шестьдесят пять лет. Сабине было семнадцать. Моей маме – пятнадцать и, как это часто бывает с младшими детьми, она боготворила старшую сестру. Когда в Польшу пришли фашисты, мой отец, живший в бедной части города, ушел в подполье и, как я уже говорил, впоследствии попал в Бухенвальд. Моя мама тогда не была с ним знакома, она жила в богатой части города и попала в лагерь принудительного труда. Там она работала медсестрой, ухаживала за больными тифом. Кормили их плохо, и случайная смерть была рядом. Сабина согласилась на один план, чтобы спасти мою маму от опасностей, которые грозили ей отовсюду. У Сабины был друг, состоявший в еврейской полиции. Тех, кто там работал, презирали все заключенные. Эти полицейские выполняли команды немцев и помогали поддерживать порядок в лагере. Друг Сабины предложил ей выйти за него замуж – брак предполагался фиктивный, – тогда, пользуясь своим положением, он мог бы ее защитить. Сабина, решившая, будто эта защита может распространиться и на мою маму, согласилась. Какое-то время их план выглядел удачным. Потом что-то случилось, и отношение фашистов к еврейской полиции резко переменялось. Они отправили несколько офицеров с семьями в газовые камеры, в том числе мужа Сабины и саму Сабину. Моя мама на много лет пережила Сабину, но смерть сестры до сих пор не дает ей покоя. Маме кажется, что после ее собственной смерти не останется ничего, что свидетельствовало бы о том, что Сабина вообще когда-то жила. Для

мамы этот случай стал доказательством того, что строить планы бесполезно. Я с ней не согласен. Я убежден, что составлять планы очень важно, если мы, конечно, делаем это с открытыми глазами. Но благодаря примеру мамы я осознал необходимость научиться распознавать и ценить свою удачу, видеть случайные события, которые ведут к успеху. А еще я смирился с тем, что случайные события могут принести и много горя. Однако самый ценный урок этой истории в том, что теперь я ценю отсутствие неудачи, событий, которые могли бы сломить, ценю то, что война, голод не обрушились – пока не обрушились – на нас.

# БЛАГОДАРНОСТЬ

Если вы читаете эти строки, я смею надеяться на то, что книга вам все же понравилась. Что касается ее сильных сторон, тут мне, конечно, хотелось бы присвоить все заслуги себе, но как однажды заметил Ричард Никсон, это было бы неправильно. Поэтому хочу назвать тех, благодаря времени, знаниям, таланту и терпению которых эта книга получилась намного лучше, чем если бы я писал ее один. Во-первых, благодарю Донну Скотт, Марку Хиллери и Мэтта Костелло за их постоянную поддержку. Отдельное спасибо Марку, который очень хотел, чтобы я написал книгу об энтропии, а потом терпеливо выслушивал (и читал) о том, как я применял многие из этих идей в повседневной жизни. Мой литературный агент Сьюзан Гинзбург, напротив, совсем не хотела, чтобы я писал книгу об энтропии, но, подобно Марку, постоянно ободряла меня и служила неиссякаемым источником вдохновения. Моя подруга Джудит Кроасделл тоже все время меня поддерживала, а при необходимости даже совершила парочку чудес. Мой редактор Эдвард Кастенмайер никогда не уставал от наших многочасовых бесед, во время которых мы обсуждали содержание и стиль чуть ли не каждого предложения, или, что вероятнее всего, он просто-напросто слишком хорошо воспитан, чтобы выказывать мне

свое недовольство. А еще я в большом долгу перед коллегами Эдварда: Марти Эшером, Дэном Франком и Тимом О'Коннелом, которые все вместе пестовали эту книгу и шлифовали текст, а также перед Дженис Голдклэнг, Митико Кларк, Крис Гиллспай, Китом Голдсмитом, Джеймсом Кимбаллом и Ванессой Шнайдер – благодаря их неустойчивому труду вы и читаете сейчас эту книгу.

Если говорить о специальных знаниях, то особо хотелось бы отметить Лари Голдштайна и Теда Хилла, которые вели со мной интереснейшие беседы о математике, подчас переходившие в споры, и чьи отзывы на рукопись были для меня поистине неоценимыми. Фред Роуз, казалось, совсем забросил свою работу в «Уолл-Стрит Джорнел» и посвятил все свободное время тому, чтобы посвятить меня в тонкости устройства финансовых рынков. Лайл Лонг благодаря своему огромному опыту в области обработки данных смог построить графики показателей эффективности работы управляющих паевых фондов. А Кристоф Кох пригласил меня в свою лабораторию в Калифорнийском технологическом институте, где буквально открыл мне глаза на последние разработки в области нейробиологии, упоминаниями о которых испещрены страницы моей книги. Благодарю также многих других моих коллег и друзей, которые читали главы из этой книги (иногда даже не по одному варианту) и тех, кто подбрасывал мне интересные идеи и факты. А именно, Джеда Бухвальда, Линн Кокс, Ричарда Чевертонна, Ребекку Форстер, Мириам Гудман, Кэтрин Киф, Джеффа Маковиака, Синди Мейер, Патрицию Макфолл, Энди Майслер, Стива Млодинова, Фила Рида, Сета Робертса, Лауру Сари, Мэтта Салганика, Мартина Смита, Стива Томаса, Диану Тернер и Джерри Вебмана. Спасибо вам всем! И, конечно

же, я испытываю чувство глубокой признательности к моим родным: Донне, Алексею, Николаю, Оливии и маме Ирэн – у каждого из них я отнял немало времени, чтобы сделать эту книгу лучше, ну или хотя бы поговорить о ней.



# ПРИМЕЧАНИЯ

## Пролог (стр. 8 – 11)

- [1] Stanley Meisler, "First in 1763: Spain Lottery—Not Even War Stops It", *Los Angeles Times*, December 30, 1977.
- [2] О баскетболе: Michael Patrick Allen, Sharon K. Panian, and Roy E. Lotz, "Managerial Succession and Organizational Performance: A Recalcitrant Problem Revisited", *Administrative Science Quarterly* 24, no. 2 (June 1979): 167–80; о футболе: M. Craig Brown, "Administrative Succession and Organizational Performance: The Succession Effect", *Administrative Science Quarterly* 27, no. 1 (March 1982): 1–16; о бейсболе: Oscar Grusky, "Managerial Succession and Organizational Effectiveness", *American Journal of Sociology* 69, no. 1 (July 1963): 21–31, and William A. Gamson and Norman A. Scotch, "Scapegoating in Baseball", *American Journal of Sociology* 70, no. 1 (July 1964): 69–72; об американском футболе: Ruud H. Koning, "An Econometric Evaluation of the Effect of Firing a Coach on Team Performance", *Applied Economics* 35, no. 5 (March 2003): 555–64.
- [3] James Surowiecki, *The Wisdom of Crowds* (New York: Doubleday, 2004), pp. 218–19.
- [4] Armen Alchian, "Uncertainty, Evolution, and Economic Theory", *Journal of Political Economy* 58, no. 3 (June 1950): 213.

## Глава 1 (стр. 12 – 33)

- [1] Kerstin Preuschoff, Peter Bossaerts, and Steven R. Quartz, "Neural Differentiation of Expected Reward and Risk in Human Subcortical Structures", *Neuron* 51 (August 3, 2006): 381–90.

- [2] Benedetto De Martino et al., “Frames, Biases, and Rational Decision-Making in the Human Brain”, *Science* 313 (August 4, 2006): 684–87.
- [3] Бертран Рассел, «Исследование значения и истины». Общ. науч. ред. и примеч Е.Е. Ледникова. – М.: Идея-Пресс: Дом интеллектуальной книги, 1999 г.
- [4] Matt Johnson and Tom Hundt, “Hog Industry Targets State for Good Reason”, *Vernon County (Wisconsin) Broadcaster*, July 17, 2007.
- [5] Kevin McKean, “Decisions, Decisions”, *Discover*, June 1985, pp. 22–31.
- [6] David Oshinsky, “No Thanks, Mr. Nabokov”, *New York Times Book Review*, September 9, 2007.
- [7] Данные прессы о количестве отрицательных ответов на предложение о публикации этих рукописей несколько отличаются.
- [8] William Goldman, *Adventures in the Screen Trade* (New York: Warner Books, 1983), p. 41.
- [9] См. Arthur De Vany, *Hollywood Economics* (Abington, U.K.: Routledge, 2004).
- [10] William Feller, *An Introduction to Probability Theory and Its Applications*, 2nd ed. (New York: John Wiley and Sons, 1957), p. 68. Обратите внимание на то, что ради упрощения Феллер в случае, когда ни один из оппонентов не получает преимущества, отдает главенство тому, кто оказался впереди в предыдущем испытании.
- [11] Leonard Mlodinow, “Meet Hollywood’s Latest Genius”, *Los Angeles Times Magazine*, July 2, 2006.
- [12] Dave McNary, “Par Goes for Grey Matter”, *Variety*, January 2, 2005.
- [13] Ronald Grover, “Paramount’s Cold Snap: The Heat Is On”, *BusinessWeek*, November 21, 2003.
- [14] Dave McNary, “Parting Gifts: Old Regime’s Pics Fuel Paramount Rebound”, *Variety*, August 16, 2005.
- [15] Anita M. Busch, “Canton Inks Prod’n Pact at Warner’s”, *Variety*, August 7, 1997.
- [16] “The Making of a Hero”, *Time*, September 29, 1961, p. 72. Бейсбольным ветераном был Роджерс Хорнсби.
- [17] “Mickey Mantle and Roger Maris: The Photographic Essay”, *Life*, August 18, 1961, p. 62.
- [18] Для тех, кто не разбирается в бейсболе: база – это резиновая пластина, вделанная в землю, на которую игрок встает перед тем, как попытаться отбить мяч Для тех, кто в бейсболе разби-

рается: обратите внимание на то, что я включил в свое определение возможностей пропуски на базу (перемещение бюллетеня на первую базу после четырех неточно выполненных подач подающего – прим. перев.). При повторных подсчетах, с учетом лишь официальных выходов на бит, результат получается примерно таким же.

- [19] См. Stephen Jay Gould, "The Streak of Streaks", *New York Review of Books*, August 18, 1988, pp. 8–12 (далее мы ознакомимся с ними подробнее). Очевидный и математически подробный анализ моделей с подбрасыванием монеты, применимый к спорту, упоминается в главе 2 книги, над которой в настоящее время трудятся Charles M. Grinstead, William P. Peterson, and J. Laurie Snell и чье рабочее название звучит следующим образом: *Fat Chance*; [www.math.dartmouth.edu/~prob/prob/NEW/bestofchance.pdf](http://www.math.dartmouth.edu/~prob/prob/NEW/bestofchance.pdf)

## Глава 2 (стр. 34 – 57)

- [1] Daniel Kahneman, Paul Slovic, and Amos Tversky, eds., *Judgment under Uncertainty: Heuristics and Biases* (Cambridge: Cambridge University Press, 1982), pp. 90–98.
- [2] Amos Tversky and Daniel Kahneman, "Extensional versus Intuitive Reasoning: The Conjunction Fallacy in Probability Judgment", *Psychological Review* 90, no. 4 (October 1983): 293–315.
- [3] Craig R. Fox and Richard Birke, "Forecasting Trial Outcomes: Lawyers Assign Higher Probabilities to Possibilities That Are Described in Greater Detail", *Law and Human Behavior* 26, no. 2 (April 2002): 159–73.
- [4] Платон, «Диалоги Платона», перев. С. Маркиша, М. 1965 г.
- [5] Платон, «Тезтет», собр. Соч. в четырех томах. М., 1993 г.
- [6] Amos Tversky and Daniel Kahneman, "Availability: A Heuristic for Judging Frequency and Probability", *Cognitive Psychology* 5 (1973): 207–32.
- [7] Reid Hastie and Robyn M. Dawes, *Rational Choice in an Uncertain World: The Psychology and Judgement of Decision Making* (Thousand Oaks, Calif.: Sage, 2001), p. 87.
- [8] Robert M. Reyes, William C. Thompson, and Gordon H. Bower, "Judgmental Biases Resulting from Differing Availabilities of Arguments", *Journal of Personality and Social Psychology* 39, no. 1 (1980): 2–12.

- [9] Robert Kaplan, *The Nothing That Is: A Natural History of Zero* (London: Oxford University Press, 1999), pp. 15–17.
- [10] Cicero, quoted in Morris Kline, *Mathematical Thought from Ancient to Modern Times* (London: Oxford University Press, 1972), 1:179.
- [11] Morris Kline, *Mathematics in Western Culture* (London: Oxford University Press, 1953), p. 86.
- [12] Клайн, «Математическая мысль», с.178–179.
- [13] Cicero, quoted in Warren Weaver, *Lady Luck* (Mineola, N.Y.: Dover Publications, 1982), p. 53.
- [14] Cicero, quoted in F. N. David, *Gods, Games and Gambling: A History of Probability and Statistical Ideas* (Mineola, N.Y.: Dover Publications, 1998), pp. 24–26.
- [15] Cicero, quoted in Bart K. Holland, *What Are the Chances? Voodoo Deaths, Office Gossip, and Other Adventures in Probability* (Baltimore: Johns Hopkins University Press, 2002), p. 24.
- [16] *Ibid.*, p. 25.
- [17] James Franklin, *The Science of Conjecture: Evidence and Probability before Pascal* (Baltimore: Johns Hopkins University Press, 2001), pp. 4, 8.
- [18] Quoted *ibid.*, p. 13.
- [19] Quoted *ibid.*, p. 14.
- [20] William C. Thompson, Franco Taroni, and Colin G. G. Aitken, “How the Probability of a False Positive Affects the Value of DNA Evidence”, *Journal of Forensic Sciences* 48, no. 1 (January 2003): 1–8.
- [21] *Ibid.*, p. 2. The story is recounted in Bill Braun, “Lawyers Seek to Overturn Rape Conviction”, *Tulsa World*, November 22, 1996. See also [www.innocenceproject.org](http://www.innocenceproject.org). (Durham was released in 1997.)
- [22] *People v. Collins*, 68 Calif. 2d 319, 438 P.2d 33, 66 Cal. Rptr. 497 (1968).
- [23] Thomas Lyon, private communication.

### Глава 3 (стр. 58 – 79)

- [1] Alan Wykes, *Doctor Cardano: Physician Extraordinary* (London: Frederick Muller, 1969). See also Oystein Ore, *Cardano: The Gambling Scholar*, with a translation of Cardano’s *Book on Games of Chance* by Sydney Henry Gould (Princeton, N.J.: Princeton University Press, 1953)
- [2] Marilyn vos Savant, “Ask Marilyn”, *Parade*, September 9, 1990.

- [3] Bruce D. Burns and Mareike Wieth, "Causality and Reasoning: The Monty Hall Dilemma", in *Proceedings of the Twenty-fifth Annual Meeting of the Cognitive Science Society*, ed. R. Alterman and D. Kirsh (Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates, 2003), p. 198.
- [4] National Science Board, *Science and Engineering Indicators—2002* (Arlington, Va.: National Science Foundation, 2002); <http://www.nsf.gov/statistics/seind02/>. See vol. 2, chap. 7, table 7-10.
- [5] Gary P. Posner, "Nation's Mathematicians Guilty of Innumeracy", *Skeptical Inquirer* 15, no. 4 (Summer 1991).
- [6] Bruce Schechter, *My Brain Is Open: The Mathematical Journeys of Paul Erdős* (New York: Touchstone, 1998), pp. 107–9.
- [7] *Ibid.*, pp. 189–90, 196–97.
- [8] John Tierney, "Behind Monty's Doors: Puzzle, Debate and Answer?" *New York Times*, July 21, 1991.
- [9] Robert S. Gottfried, *The Black Death: Natural and Human Disaster in Medieval Europe* (New York: Free Press, 1985).
- [10] Gerolamo Cardano, quoted in Wykes, *Doctor Cardano*, p. 18.
- [11] Kline, *Mathematical Thought*, pp. 184–85, 259–60.
- [12] "Oprah's New Shape: How She Got It", *O, the Oprah Magazine*, January 2003.
- [13] Lorraine J. Daston, *Classical Probability in the Enlightenment* (Princeton, N.J.: Princeton University Press, 1998), p. 97.
- [14] Marilyn vos Savant, "Ask Marilyn", *Parade*, March 3, 1996, p. 14.
- [15] У машины четыре колеса, и если буквами ПП обозначить правое переднее колесо, ну и так далее, получится 16 возможных комбинаций ответов студентов. Если первый ответ из списка означает ответ студента №1, а второй – ответ студента №2, получатся следующие возможные совместные ответы: (ПП, ПП), (ПП, ЛП), (ПП, ПЗ), (ПП, ЛЗ), (ЛП, ПП), (ЛП, ЛП), (ЛП, ПЗ), (ЛП, ЛЗ), (ПЗ, ПП), (ПЗ, ЛП), (ПЗ, ПЗ), (ПЗ, ЛЗ), (ЛЗ, ПП), (ЛЗ, ЛП), (ЛЗ, ПЗ), (ЛЗ, ЛЗ). Из этих 16 комбинаций 4 совпадают: (ПП, ПП), (ЛП, ЛП), (ПЗ, ПЗ), (ЛЗ, ЛЗ). Таким образом, шансы равны 4 из 16, или 1 из 4.
- [16] Martin Gardner, "Mathematical Games", *Scientific American*, October 1959, pp. 180–82.
- [17] Jerome Cardan, *The Book of My Life: De Vita Propria Liber*, trans. Jean Stoner (Whitefish, Mont.: Kessinger, 2004), p. 35.
- [18] Cardano, quoted in Wykes, *Doctor Cardano*, p. 57.
- [19] Cardano, quoted *ibid.*
- [20] Cardano, quoted *ibid.*, p. 172.

## Глава 4 (стр. 80 – 103)

- [1] Bengt Ankarloo and Stuart Clark, eds., *Witchcraft and Magic in Europe: The Period of the Witch Trials* (Philadelphia: University of Pennsylvania Press, 2002), pp. 99–104.
- [2] Meghan Collins, “Traders Ward Off Evil Spirits”, October 31, 2003, [http://www.CNNMoney.com/2003/10/28/markets\\_trader\\_superstition/index.htm](http://www.CNNMoney.com/2003/10/28/markets_trader_superstition/index.htm).
- [3] Henk Tijms, *Understanding Probability: Chance Rules in Everyday Life* (Cambridge: Cambridge University Press, 2004), p. 16.
- [4] *Ibid.*, p. 80.
- [5] David, *Gods, Games and Gambling*, p. 65.
- [6] Blaise Pascal, quoted in Jean Steinmann, *Pascal*, trans. Martin Turnell (New York: Harcourt, Brace & World, 1962), p. 72.
- [7] Gilberte Pascal, quoted in Morris Bishop, *Pascal: The Life of a Genius* (1936; repr., New York: Greenwood Press, 1968), p. 47.
- [8] *Ibid.*, p. 137.
- [9] Gilberte Pascal, quoted *ibid.*, p. 135.
- [10] See A.W.F. Edwards, *Pascal's Arithmetical Triangle: The Story of a Mathematical Idea* (Baltimore: Johns Hopkins University Press, 2002).
- [11] Blaise Pascal, quoted in Herbert Westren Turnbull, *The Great Mathematicians* (New York: New York University Press, 1961), p. 131.
- [12] Blaise Pascal, quoted in Bishop, *Pascal*, p. 196.
- [13] Blaise Pascal, quoted in David, *Gods, Games and Gambling*, p. 252.
- [14] Bruce Martin, “Coincidences: Remarkable or Random?” *Skeptical Inquirer* 22, no. 5 (September/October 1998).
- [15] Holland, *What Are the Chances?* pp. 86–89.

## Глава 5 (стр. 104 – 130)

- [1] Tijms, *Understanding Probability*, p. 53.
- [2] Scott Kinney, “Judge Sentences Kevin L. Lawrence to 20 Years Prison in Znetix/HMC Stock Scam”, Washington State Department of Financial Institutions, press release, November 25, 2003; [http://www.dfi.wa.gov/sd/kevin\\_laurence\\_sentence.htm](http://www.dfi.wa.gov/sd/kevin_laurence_sentence.htm).
- [3] Interview with Darrell Dorrell, August 1, 2005.
- [4] Lee Berton, “He’s Got Their Number: Scholar Uses Math to Foil Financial Fraud”, *Wall Street Journal*, July 10, 1995.

- [5] Charles Sanders Peirce, Max Harold Fisch, and Christian J. W. Kloesel, *Writings of Charles S. Peirce: A Chronological Edition* (Bloomington: Indiana University Press, 1982), p. 427.
- [6] Rand Corporation, *A Million Random Digits with 100,000 Normal Deviates* (1955; repr., Santa Monica, Calif.: Rand, 2001), pp. ix–x. See also Lola L. Lopes, “Doing the Impossible: A Note on Induction and the Experience of Randomness”, *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition* 8, no. 6 (November 1982): 626–36.
- [7] The account of Joseph Jagger (sometimes spelled Jagggers) is from John Grochowski, “House Has a Built-in Edge When Roulette Wheel Spins”, *Chicago Sun-Times*, February 21, 1997.
- [8] Более подробные сведения о семье Бернулли и жизни Якоба: E. S. Pearson, ed., *The History of Statistics in the 17th and 18th Centuries against the Changing Background of Intellectual, Scientific and Religious Thought: Lectures by Karl Pearson Given at University College, London, during the Academic Sessions 1921–1933* (New York: Macmillan, 1978), pp. 221–37; J. O. Fleckenstein, “Johann und Jakob Bernoulli”, in *Elemente der Mathematik, Beihefte zur Zeitschrift*, no. 6 (Basel, 1949); and Stephen Stigler, “The Bernoullis of Basel”, *Journal of Econometrics* 75, no.1 (1996): 7–13.
- [9] Quoted in Pearson, *The History of Statistics in the 17th and 18th Centuries*, p. 224.
- [10] Stephen Stigler, *The History of Statistics: The Measurement of Uncertainty before 1900* (Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1986), p. 65.
- [11] Pearson, *The History of Statistics in the 17th and 18th Centuries*, p. 226.
- [12] William H. Cropper, *The Great Physicists: The Life and Times of Leading Physicists from Galileo to Hawking* (London: Oxford University Press, 2001), p. 31.
- [13] Johann Bernoulli, quoted in Pearson, *The History of Statistics in the 17th and 18th Centuries*, p. 232.
- [14] Это зависит от того, что вы считаете «современной концепцией». Я соглашаюсь с определением Ханкеля 1871 г, подробно изложенным здесь: Gert Schubring, *Conflicts between Generalization, Rigor, and Intuition: Number Concepts Underlying the Development of Analysis in 17th–19th Century France and Germany* (New York: Springer, 2005), pp. 22–32.
- [15] David Freedman, Robert Pisani, and Roger Purves, *Statistics*, 3rd ed. (New York: W. W. Norton, 1998), pp. 274–75.

- [16] Цитата Хэкинга: Ian Hacking, *The Emergence of Probability* (Cambridge: Cambridge University Press, 1975), p. 143. Цитата Бернулли: David, *Gods, Games and Gambling*, p. 136.
- [17] Дискуссия на тему того, что именно доказал Бернулли: Stigler, *The History of Statistics*, pp. 63–78, and Ian Hacking, *The Emergence of Probability*, pp. 155–65.
- [18] Amos Tversky and Daniel Kahneman, “Belief in the Law of Small Numbers”, *Psychological Bulletin* 76, no. 2 (1971): 105–10.
- [19] Jakob Bernoulli, quoted in L. E. Maistrov, *Probability Theory: A Historical Sketch*, trans. Samuel Kotz (New York: Academic Press, 1974), p. 68.
- [20] Stigler, *The History of Statistics*, p. 77.
- [21] E. T. Bell, *Men of Mathematics* (New York: Simon & Schuster, 1937), p. 134.

## Глава 6 (стр. 131 – 155)

- [1] The account of the Harvard student is from Hastie and Dawes, *Rational Choice in an Uncertain World*, pp. 320–21.
- [2] Этот вариант я слышал от Марка Хиллери с факультета физики колледжа Хантера, Городской университет Нью-Йорка, который в свою очередь узнал о нем во время поездки в Братиславу, Словакия.
- [3] Quoted in Stigler, *The History of Statistics*, p. 123.
- [4] *Ibid.*, pp. 121–31.
- [5] U.S. Social Security Administration, “Popular Baby Names: Popular Names by Birth Year; Popularity in 1935”, <http://www.ssa.gov/cgi-bin/popularnames.cgi>.
- [6] Division of HIV/AIDS, Center for Infectious Diseases, *HIV/AIDS Surveillance Report* (Atlanta: Centers for Disease Control, January 1990). Я произвел подсчеты на основании предоставленных статистических данных, однако помимо этого воспользовался еще кое-какими сведениями. В частности, взятыми из примеров заражения СПИДом, не ВИЧ-инфекцией, однако это никак не сказывается на цели – проиллюстрировать идею.
- [7] Если быть точным, вероятность того, что А произойдет, если произойдет В, равна вероятности того, что В произойдет, если произойдет А, помноженной на поправочный коэффициент, который уравнивает между собой вероятность А и вероятность В.



- [8] Gerd Gigerenzer, *Calculated Risks: How to Know When Numbers Deceive You* (New York: Simon & Schuster, 2002), pp. 40–44.
- [9] Donald A. Barry and LeeAnn Chastain, “Inferences About Testosterone Abuse Among Athletes”, *Chance* 17, no. 2 (2004): 5–8.
- [10] John Batt, *Stolen Innocence* (London: Ebury Press, 2005).
- [11] Stephen J. Watkins, “Conviction by Mathematical Error? Doctors and Lawyers Should Get Probability Theory Right”, *BMJ* 320 (January 1, 2000): 2–3.
- [12] “Royal Statistical Society Concerned by Issues Raised in Sally Clark Case”, Royal Statistical Society, London, news release, October 23, 2001; <http://www.rss.org.uk/PDF/RSS%20Statement%20regarding%20statistical%20issues%20in%20the%20Sally%20Clark%20case,%20October%2023rd%202001.pdf>.
- [13] Ray Hill, “Multiple Sudden Infant Deaths—Coincidence or beyond Coincidence?” *Paediatric and Perinatal Epidemiology* 18, no. 5 (September 2004): 320–26.
- [14] Quoted in Alan Dershowitz, *Reasonable Doubts: The Criminal Justice System and the O. J. Simpson Case* (New York: Simon & Schuster, 1996), p. 101.
- [15] Federal Bureau of Investigation, “Uniform Crime Reports”, <http://www.fbi.gov/ucr/ucr.htm>.
- [16] Alan Dershowitz, *The Best Defense* (New York: Vintage, 1983), p. xix.
- [17] Pierre-Simon de Laplace, quoted in James Newman, ed., *The World of Mathematics* (Mineola, N.Y.: Dover Publications, 1956): 2:1323.

## Глава 7 (стр. 156 – 182)

- [1] Sarah Kershaw and Eli Sanders, “Recounts and Partisan Bickering Bring Election Fatigue to Washington Voters”, *New York Times*, December 26, 2004; and Timothy Egan, “Trial for Governor’s Seat Set to Start in Washington”, *New York Times*, May 23, 2005.
- [2] Jed Z. Buchwald, “Discrepant Measurements and Experimental Knowledge in the Early Modern Era”, *Archive for History of Exact Sciences* 60, no. 6 (November 2006): 565–649.
- [3] Eugene Frankel, “J. B. Biot and the Mathematization of Experimental Physics in Napoleonic France”, in *Historical Studies in the Physical Sciences*, ed. Russell McCormmach (Princeton, N.J.: Princeton University Press, 1977).

- [4] Charles Coulston Gillispie, ed., *Dictionary of Scientific Biography* (New York: Charles Scribner's Sons, 1981), p. 85.
- [5] Дискуссию на тему ошибок радиолокаторов смотрите: Nicole Weisensee Egan, "Takin' Aim at Radar Guns", *Philadelphia Daily News*, March 9, 2004.
- [6] Charles T. Clotfelter and Jacob L. Vigdor, "Retaking the SAT" (working paper SAN01-20, Terry Sanford Institute of Public Policy, Duke University, Durham, N.C., July 2001).
- [7] Eduardo Porter, "Jobs and Wages Increased Modestly Last Month", *New York Times*, September 2, 2006.
- [8] Gene Epstein on "Mathemagicians", *On the Media*, WNYC radio, broadcast August 25, 2006.
- [9] Legene Quesenberry et al., "Assessment of the Writing Component within a University General Education Program", November 1, 2000; <http://wac.colostate.edu/aw/articles/quesenberry2000/quesenberry2000.pdf>.
- [10] Kevin Saunders, "Report to the Iowa State University Steering Committee on the Assessment of ISU Comm-English 105 Course Essays", September 2004; [www.iastate.edu/~isucomm/InYears/ISUcomm\\_essays.pdf](http://www.iastate.edu/~isucomm/InYears/ISUcomm_essays.pdf) (accessed 2005; site now discontinued).
- [11] University of Texas, Office of Admissions, "Inter-rater Reliability of Holistic Measures Used in the Freshman Admissions Process of the University of Texas at Austin", February 22, 2005; <http://www.utexas.edu/student/admissions/research/Inter-raterReliability2005.pdf>.
- [12] Emily J. Shaw and Glenn B. Milewski, "Consistency and Reliability in the Individualized Review of College Applicants", College Board, Office of Research and Development, *Research Notes* RN-20 (October 2004): 3; <http://www.collegeboard.com/research/pdf/RN-20.pdf>.
- [13] Gary Rivlin, "In Vino Veritas", *New York Times*, August 13, 2006.
- [14] William James, *The Principles of Psychology* (New York: Henry Holt, 1890), p. 509.
- [15] Robert Frank and Jennifer Byram, "Taste-Smell Interactions Are Tastant and Odorant Dependent", *Chemical Senses* 13 (1988): 445-55.
- [16] A. Rapp, "Natural Flavours of Wine: Correlation between Instrumental Analysis and Sensory Perception", *Fresenius' Journal of Analytic Chemistry* 337, no. 7 (January 1990): 777-85.
- [17] D. Laing and W. Francis, "The Capacity of Humans to Identify Odors in Mixtures", *Physiology and Behavior* 46, no. 5 (November 1989):

- 809–14; and D. Laing et al., “The Limited Capacity of Humans to Identify the Components of Taste Mixtures and Taste-Odour Mixtures”, *Perception* 31, no. 5 (2002): 617–35.
- [18] For the rosé study, see Rose M. Pangborn, Harold W. Berg, and Brenda Hansen, “The Influence of Color on Discrimination of Sweetness in Dry Table-Wine”, *American Journal of Psychology* 76, no. 3 (September 1963): 492–95. For the anthocyanin study, see G. Morrot, F. Brochet, and D. Dubourdieu, “The Color of Odors”, *Brain and Language* 79, no. 2 (November 2001): 309–20.
- [19] Hilke Plassman, John O’Doherty, Baba Shia, and Antonio Rongel, “Marketing Actions Can Modulate Neural Representations of Experienced Pleasantness”, *Proceedings of the National Academy of Sciences*, January 14, 2008; <http://www.pnas.org>.
- [20] M. E. Woolfolk, W. Castellan, and C. Brooks, “Pepsi versus Coke: Labels, Not Tastes, Prevail”, *Psychological Reports* 52 (1983): 185–86.
- [21] M. Bende and S. Nordin, “Perceptual Learning in Olfaction: Professional Wine Tasters Versus Controls”, *Physiology and Behavior* 62, no. 5 (November 1997): 1065–70.
- [22] Gregg E. A. Solomon, “Psychology of Novice and Expert Wine Talk”, *American Journal of Psychology* 103, no. 4 (Winter 1990): 495–517.
- [23] Rivlin, “In Vino Veritas.”
- [24] Ibid.
- [25] Hal Stern, “On the Probability of Winning a Football Game”, *American Statistician* 45, no. 3 (August 1991): 179–82.
- [26] The graph is from Index Funds Advisors, “Index Funds.com: Take the Risk Capacity Survey”, <http://www.indexfunds3.com/step3page2.php>, where it is credited to Walter Good and Roy Hermansen, *Index Your Way to Investment Success* (New York: New York Institute of Finance, 1997). The performance of 300 mutual fund managers was tabulated for ten years (1987–1996), based on the Morningstar Principia database
- [27] Polling Report, “President Bush—Overall Job Rating”, <http://pollingreport.com/BushJob.htm>.
- [28] “Poll: Bush Apparently Gets Modest Bounce”, CNN, September 8, 2004, <http://www.cnn.com/2004/ALLPOLITICS/09/06/presidential.poll/index.html>.
- [29] “Harold von Braunhut”, *Telegraph*, December 23, 2003; <http://www.telegraph.co.uk/news/main.jhtml?xml=/news/2003/12/24/db2403.xml>.

- [30] James J. Fogarty, "Why Is Expert Opinion on Wine Valueless?" (discussion paper 02.17, Department of Economics, University of Western Australia, Perth, 2001)
- [31] Stigler, *The History of Statistics*, p. 143.

## Глава 8 (стр. 183 – 210)

- [1] Holland, *What Are the Chances?* p. 51.
- [2] Это лишь приблизительные расчеты, в основе которых лежат последние данные по американской статистике. Смотрите: U.S. Social Security Administration, "Actuarial Publications: Period Life Table." Наиболее свежие данные находятся по адресу: <http://www.ssagov/OACT/STATS/table4c6.html>.
- [3] Immanuel Kant, quoted in Theodore Porter, *The Rise of Statistical Thinking: 1820–1900* (Princeton, N.J.: Princeton University Press, 1988), p. 51.
- [4] U.S. Department of Transportation, Federal Highway Administration, "Licensed Drivers, Vehicle Registrations and Resident Population", <http://www.fhwa.dot.gov/policy/ohim/hs03/html/dlchrt.htm>.
- [5] U.S. Department of Transportation, Research and Innovative Technology Administration, Bureau of Transportation Statistics, "Motor Vehicle Safety Data", [http://www.bts.gov/publications/national\\_transportation\\_statistics/2002/html/table\\_02\\_17.html](http://www.bts.gov/publications/national_transportation_statistics/2002/html/table_02_17.html).
- [6] "The Domesday Book", *History Magazine*, October/November 2001.
- [7] For Graunt's story, see Hacking, *The Emergence of Probability*, pp. 103–9; David, *Gods, Games and Gambling*, pp. 98–109; and Newman, *The World of Mathematics*, 3:1416–18.
- [8] Hacking, *The Emergence of Probability*, p. 102.
- [9] Theodore Porter, *The Rise of Statistical Thinking*, p. 19.
- [10] For Graunt's original table, see Hacking, *The Emergence of Probability*, p. 108. For the current data, see World Health Organization, "Life Tables for WHO Member States", [http://www.who.int/whosis/database/life\\_tables/life\\_tables.cfm](http://www.who.int/whosis/database/life_tables/life_tables.cfm). The figures quoted were taken from abridged tables and rounded.
- [11] Ian Hacking, *The Taming of Chance* (Cambridge: Cambridge University Press, 1990), p. vii.

- [12] H. A. David, "First (?) Occurrence of Common Terms in Statistics and Probability", in *Annotated Readings in the History of Statistics*, ed. H. A. David and A.W.F. Edwards (New York: Springer, 2001), appendix B and pp. 219–28.
- [13] Noah Webster, *American Dictionary of the English Language* (1828; facsimile of the 1st ed., Chesapeake, Va.: Foundation for American Christian Education, 1967).
- [14] The material on Quételet is drawn mainly from Stigler, *The History of Statistics*, pp. 161–220; Stephen Stigler, *Statistics on the Table: The History of Statistical Concepts and Methods* (Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1999), pp. 51–66; and Theodore Porter, *The Rise of Statistical Thinking*, pp. 100–9.
- [15] Louis Menand, *The Metaphysical Club* (New York: Farrar, Straus & Giroux, 2001), p. 187.
- [16] Holland, *What Are the Chances?* pp. 41–42.
- [17] David Yermack, "Good Timing: CEO Stock Option Awards and Company News Announcements", *Journal of Finance* 52, no. 2 (June 1997): 449–76; and Erik Lie, "On the Timing of CEO Stock Option Awards", *Management Science* 51, no. 5 (May 2005): 802–12. See also Charles Forelle and James Bandler, "The Perfect Payday—Some CEOs Reap Millions by Landing Stock Options When They Are Most Valuable: Luck—or Something Else?" *Wall Street Journal*, March 18, 2006.
- [18] Justin Wolfers, "Point Shaving: Corruption in NCAA Basketball", *American Economic Review* 96, no. 2 (May 2006): 279–83.
- [19] Stern, "On the Probability of Winning a Football Game."
- [20] David Leonhardt, "Sad Suspicions about Scores in Basketball", *New York Times*, March 8, 2006.
- [21] Richard C. Hollinger et al., *National Retail Security Survey: Final Report* (Gainesville: Security Research Project, Department of Sociology and Center for Studies in Criminal Law, University of Florida, 2002–2006).
- [22] Adolphe Quételet, quoted in Theodore Porter, *The Rise of Statistical Thinking*, p. 54.
- [23] Quételet, quoted in Menand, *The Metaphysical Club*, p. 187.
- [24] Jeffrey Kluger, "Why We Worry about the Things We Shouldn't . . . and Ignore the Things We Should", *Time*, December 4, 2006, pp. 65–71.

- [25] Gerd Gigerenzer, *Empire of Chance: How Probability Changed Science and Everyday Life* (Cambridge: Cambridge University Press, 1989), p. 129.
- [26] Menand, *The Metaphysical Club*, p. 193.
- [27] De Vany, *Hollywood Economics*; see part IV, "A Business of Extremes."
- [28] See Derek William Forrest, *Francis Galton: The Life and Work of a Victorian Genius* (New York: Taplinger, 1974); Jeffrey M. Stanton, "Galton, Pearson, and the Peas: A Brief History of Linear Regression for Statistics Instructors", *Journal of Statistics Education* 9, no. 3 (2001); and Theodore Porter, *The Rise of Statistical Thinking*, pp. 129–46.
- [29] Francis Galton, quoted in Theodore Porter, *The Rise of Statistical Thinking*, p. 130.
- [30] Peter Daskoch, "The Winning Edge", *Psychology Today*, November/December 2005, pp. 44–52.
- [31] Deborah J. Bennett, *Randomness* (Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1998), p. 123.
- [32] Abraham Pais, *The Science and Life of Albert Einstein* (London: Oxford University Press, 1982), p. 17; see also the discussion on p. 89.
- [33] On Brown and the history of Brownian motion, see D. J. Mabberley, *Jupiter Botanicus: Robert Brown of the British Museum* (Braunschweig, Germany, and London: Verlag von J. Cramer / Natural History Museum, 1985); Brian J. Ford, "Brownian Movement in Clarkia Pollen: A Reprise of the First Observations", *Microscope* 40, no. 4 (1992): 235–41; and Stephen Brush, "A History of Random Processes. I. Brownian Movement from Brown to Perrin", *Archive for History of Exact Sciences* 5, no. 34 (1968).
- [34] Pais, *Albert Einstein*, pp. 88–100.
- [35] Albert Einstein, quoted in Ronald William Clark, *Einstein: The Life and Times* (New York: HarperCollins, 1984), p. 77.

## Глава 9 (стр. 211 – 237)

- [1] See Arthur Conan Doyle, *The History of Spiritualism* (New York: G. H. Doran, 1926); and R. L. Moore, *In Search of White Crows: Spiritualism, Parapsychology, and American Culture* (London: Oxford University Press, 1977).
- [2] Ray Hyman, "Parapsychological Research: A Tutorial Review and Critical Appraisal", *Proceedings of the IEEE* 74, no. 6 (June 1986): 823–49.

- [3] Michael Faraday, "Experimental Investigation of Table-Moving", *Athenaeum*, July 2, 1853, pp. 801–3.
- [4] Michael Faraday, quoted in Hyman, "Parapsychological Research", p. 826.
- [5] Faraday, quoted *ibid*.
- [6] See Frank H. Durgin, "The Tinkerbelle Effect: Motion Perception and Illusion", *Journal of Consciousness Studies* 9, nos. 5–6 (May–June 2002): 88–101.
- [7] Christof Koch, *The Quest for Consciousness: A Neurobiological Approach* (Englewood, Colo.: Roberts, 2004), pp. 51–54.
- [8] The study was D. O. Clegg et al., "Glucosamine, Chondroitin Sulfate, and the Two in Combination for Painful Knee Osteoarthritis", *New England Journal of Medicine* 354, no. 8 (February 2006): 795–808. The interview was "Slate's Medical Examiner: Doubts on Supplements", *Day to Day*, NPR broadcast, March 13, 2006.
- [9] See Paul Slovic, Howard Kunreuther, and Gilbert F. White, "Decision Processes, Rationality, and Adjustment to Natural Hazards", in *Natural Hazards: Local, National, and Global*, ed. G. F. White (London: Oxford University Press, 1974); see also Willem A. Wagenaar, "Generation of Random Sequences by Human Subjects: A Critical Survey of Literature", *Psychological Bulletin* 77, no. 1 (January 1972): 65–72.
- [10] See Hastie and Dawes, *Rational Choice in an Uncertain World*, pp. 19–23.
- [11] George Spencer-Brown, *Probability and Scientific Inference* (London: Longmans, Green, 1957), pp. 55–56. Actually, 10 is a gross underestimate.
- [12] Janet Maslin, "His Heart Belongs to (Adorable) iPod", *New York Times*, October 19, 2006.
- [13] Hans Reichenbach, *The Theory of Probability*, trans. E. Hutton and M. Reichenbach (Berkeley: University of California Press, 1934).
- [14] The classic text expounding this point of view is Burton G. Malkiel, *A Random Walk Down Wall Street*, now completely revised in an updated 8th ed. (New York: W. W. Norton, 2003).
- [15] John R. Nofsinger, *Investment Blunders of the Rich and Famous—and What You Can Learn from Them* (Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall, Financial Times, 2002), p. 62.
- [16] Hemang Desai and Prem C. Jain, "An Analysis of the Recommendations of the 'Superstar' Money Managers at *Barron's*

- Annual Roundtable", *Journal of Finance* 50, no. 4 (September 1995): 1257–73.
- [17] Jess Beltz and Robert Jennings, "Wall Street Week with Louis Rukeyser's Recommendations: Trading Activity and Performance", *Review of Financial Economics* 6, no. 1 (1997): 15–27; and Robert A. Pari, "Wall Street Week Recommendations: Yes or No?" *Journal of Portfolio Management* 14, no. 1 (1987): 74–76.
- [18] Andrew Metrick, "Performance Evaluation with Transactions Data: The Stock Selection of Investment Newsletters", *Journal of Finance* 54, no. 5 (October 1999): 1743–75; and "The Equity Performance of Investment Newsletters" (discussion paper no. 1805, Harvard Institute of Economic Research, Cambridge, Mass., November 1997).
- [19] James J. Choi, David Laibson, and Brigitte Madrian, "Why Does the Law of One Price Fail? An Experiment on Index Mutual Funds" (working paper no. W12261, National Bureau of Economic Research, Cambridge, Mass., May 4, 2006).
- [20] Leonard Koppett, "Carrying Statistics to Extremes", *Sporting News*, February 11, 1978.
- [21] By some definitions, Koppett's system would be judged to have failed in 1970; by others, to have passed. See CHANCE News 13.04, April 18, 2004–June 7, 2004, [http://www.dartmouth.edu/~chance/chance\\_news/recent\\_news/chance\\_news\\_13.04.html](http://www.dartmouth.edu/~chance/chance_news/recent_news/chance_news_13.04.html).
- [22] As touted on the Legg Mason Capital Management Web site, <http://www.leggmasoncapmgmt.com/awards.htm>.
- [23] Lisa Gibbs, "Miller: He Did It Again", CNNMoney, January 11, 2004, [http://money.cnn.com/2004/01/07/funds/ultimateguide\\_billmiller\\_0204](http://money.cnn.com/2004/01/07/funds/ultimateguide_billmiller_0204).
- [24] Thomas R. Gilovich, Robert Vallone, and Amos Tversky, "The Hot Hand in Basketball: On the Misperception of Random Sequences", *Cognitive Psychology* 17, no. 3 (July 1985): 295–314.
- [25] Purcell's research is discussed in Gould, "The Streak of Streaks."
- [26] Mark Hulbert, "Not All Stocks Are Created Equal", [www.MarketWatch.com](http://www.MarketWatch.com), January 18, 2005, accessed March 2005 (site now discontinued).
- [27] Kunal Kapoor, "A Look at Who's Chasing Bill Miller's Streak", *Morningstar*, December 30, 2004, <http://www.morningstar.com>.
- [28] Michael Mauboussin and Kristen Bartholdson, "On Streaks: Perception, Probability, and Skill", *Consilient Observer* (Credit Suisse—First Boston) 2, no. 8 (April 22, 2003).



- [29] Merton Miller on "Trillion Dollar Bet", *NOVA*, PBS broadcast, February 8, 2000.
- [30] R. D. Clarke, "An Application of the Poisson Distribution", *Journal of the Institute of Actuaries* 72 (1946): 48
- [31] Atul Gawande, "The Cancer Cluster Myth", *The New Yorker*, February 28, 1998, pp. 34–37.
- [32] *Ibid.*
- [33] Bruno Bettelheim, "Individual and Mass Behavior in Extreme Situations", *Journal of Abnormal and Social Psychology* 38 (1943): 417–52.
- [34] Curt P. Richter, "On the Phenomenon of Sudden Death in Animals and Man", *Psychosomatic Medicine* 19 (1957): 191–98.
- [35] E. Stotland and A. Blumenthal, "The Reduction of Anxiety as a Result of the Expectation of Making a Choice", *Canadian Review of Psychology* 18 (1964): 139–45.
- [36] Ellen Langer and Judith Rodin, "The Effects of Choice and Enhanced Personal Responsibility for the Aged: A Field Experiment in an Institutional Setting", *Journal of Personality and Social Psychology* 34, no. 2 (1976): 191–98.
- [37] Ellen Langer and Judith Rodin, "Long-Term Effects of a Control-Relevant Intervention with the Institutionalized Aged", *Journal of Personality and Social Psychology* 35, no. 12 (1977): 897–902.
- [38] L. B. Alloy and L. Y. Abramson, "Judgment of Contingency in Depressed and Nondepressed Students: Sadder but Wiser?" *Journal of Experimental Psychology: General* 108, no. 4 (December 1979): 441–85.
- [39] Durgin, "The Tinkerbell Effect."
- [40] Ellen Langer, "The Illusion of Control", *Journal of Personality and Social Psychology* 32, no. 2 (1975): 311–28.
- [41] Ellen Langer and Jane Roth, "Heads I Win, Tails It's Chance: The Illusion of Control as a Function of Outcomes in a Purely Chance Task", *Journal of Personality and Social Psychology* 32, no. 6 (1975): 951–55.
- [42] Langer, "The Illusion of Control."
- [43] *Ibid.*, p. 311.
- [44] Raymond Fisman, Rakesh Khurana, and Matthew Rhodes-Kropf, "Governance and CEO Turnover: Do Something or Do the Right Thing?" (working paper no. 05-066, Harvard Business School, Cambridge, Mass., April 2005).
- [45] P. C. Wason, "Reasoning about a Rule", *Quarterly Journal of Experimental Psychology* 20 (1968): 273–81.

- [46] Francis Bacon, *Novum Organon*, trans. by P. Urbach and J. Gibson (Chicago: Open Court, 1994), p. 57 (originally published in 1620).
- [47] Charles G. Lord, Lee Ross, and Mark Lepper, "Biased Assimilation and Attitude Polarization: The Effects of Prior Theories on Subsequently Considered Evidence", *Journal of Personality and Social Psychology* 37, no. 11 (1979): 2098–109.
- [48] Matthew Rabin, "Psychology and Economics" (white paper, University of California, Berkeley, September 28, 1996).
- [49] E. C. Webster, *Decision Making in the Employment Interview* (Montreal: Industrial Relations Centre, McGill University, 1964).
- [50] Beth E. Haverkamp, "Confirmatory Bias in Hypothesis Testing for Client-Identified and Counselor Self-generated Hypotheses", *Journal of Counseling Psychology* 40, no. 3 (July 1993): 303–15.
- [51] David L. Hamilton and Terrence L. Rose, "Illusory Correlation and the Maintenance of Stereotypic Beliefs", *Journal of Personality and Social Psychology* 39, no. 5 (1980): 832–45; Galen V. Bodenhausen and Robert S. Wyer, "Effects of Stereotypes on Decision Making and Information-Processing Strategies", *Journal of Personality and Social Psychology* 48, no. 2 (1985): 267–82; and C. Stangor and D. N. Ruble, "Strength of Expectancies and Memory for Social Information: What We Remember Depends on How Much We Know", *Journal of Experimental Social Psychology* 25, no. 1 (1989): 18–35.

## Глава 10 (стр. 238 – 273)

- [1] Pierre-Simon de Laplace, quoted in Stigler, *Statistics on the Table*, p. 56.
- [2] James Gleick, *Chaos: Making a New Science* (New York: Penguin, 1987); see chap. 1.
- [3] Max Born, *Natural Philosophy of Cause and Chance* (Oxford: Clarendon Press, 1948), p. 47. Борн имел в виду природу в общем и квантовую теорию в частности.
- [4] The Pearl Harbor analysis is from Roberta Wohlstetter, *Pearl Harbor: Warning and Decision* (Palo Alto, Calif.: Stanford University Press, 1962).
- [5] Richard Henry Tawney, *The Agrarian Problem in the Sixteenth Century* (1912; repr., New York: Burt Franklin, 1961).
- [6] Wohlstetter, *Pearl Harbor*, p. 387.

- [7] The description of the events at Three Mile Island is from Charles Perrow, *Normal Accidents: Living with High-Risk Technologies* (Princeton, N.J.: Princeton University Press, 1999); and U.S. Nuclear Regulatory Commission, "Fact Sheet on the Three Mile Island Accident", <http://www.nrc.gov/reading-rm/doc-collections/fact-sheets/3mile-isle.html>.
- [8] Perrow, *Normal Accidents*.
- [9] W. Brian Arthur, "Positive Feedbacks in the Economy", *Scientific American*, February 1990, pp. 92–99.
- [10] Matthew J. Salganik, Peter Sheridan Dodds, and Duncan J. Watts, "Experimental Study of Inequality and Unpredictability in an Artificial Cultural Market", *Science* 311 (February 10, 2006); and Duncan J. Watts, "Is Justin Timberlake a Product of Cumulative Advantage?" *New York Times Magazine*, April 15, 2007.
- [11] Mlodinow, "Meet Hollywood's Latest Genius."
- [12] John Steele Gordon and Michael Maiello, "Pioneers Die Broke", *Forbes*, December 23, 2002; and "The Man Who Could Have Been Bill Gates", *Business-Week*, October 25, 2004.
- [13] Floyd Norris, "Trump Deal Fails, and Shares Fall Again", *New York Times*, July 6, 2007.
- [14] Melvin J. Lerner and Leo Montada, "An Overview: Advances in Belief in a Just World Theory and Methods", in *Responses to Victimitizations and Belief in a Just World*, ed. Leo Montada and Melvin J. Lerner (New York: Plenum Press, 1998), pp. 1–7.
- [15] Melvin J. Lerner, "Evaluation of Performance as a Function of Performer's Reward and Attractiveness", *Journal of Personality and Social Psychology* 1 (1965): 355–60.
- [16] Melvin J. Lerner and C. H. Simmons, "Observer's Reactions to the 'Innocent Victim': Compassion or Rejection?" *Journal of Personality and Social Psychology* 4 (1966): 203–10.
- [17] Lerner, "Evaluation of Performance as a Function of Performer's Reward and Attractiveness."
- [18] Wendy Jean Harrod, "Expectations from Unequal Rewards", *Social Psychology Quarterly* 43, no. 1 (March 1980): 126–30; Penni A. Stewart and James C. Moore Jr., "Wage Disparities and Performance Expectations", *Social Psychology Quarterly* 55, no. 1 (March 1992): 78–85; and Karen S. Cook, "Expectations, Evaluations and Equity", *American Sociological Review* 40, no. 3 (June 1975): 372–88.
- [19] Lerner and Simmons, "Observer's Reactions to the 'Innocent Victim'".

- [20] David L. Rosenhan, "On Being Sane in Insane Places", *Science* 179 (January 19, 1973): 237-55.
- [21] Elisha Y. Babad, "Some Correlates of Teachers' Expectancy Bias", *American Educational Research Journal* 22, no. 2 (Summer 1985): 175-83.
- [22] Eric Asimov, "Spirits of the Times: A Humble Old Label Ices Its Rivals", *New York Times*, January 26, 2005.
- [23] Jonathan Calvert and Will Iredale, "Publishers Toss Booker Winners into the Reject File", *London Sunday Times*, January 1, 2006.
- [24] Peter Daskoch, "The Winning Edge", *Psychology Today*, November / December 2005, p. 44.
- [25] Rosenhan, "On Being Sane in Insane Places", p. 243.

# УКАЗАТЕЛЬ

Номера с 223 обозначают страницы с концевыми сносками; номера, выделенные *курсивом*, обозначают страницы с графиками или таблицами.

## А

автомобили:  
аварии, жертвы 164, 215  
страхование 117  
азартные игры 48  
работы Кардано  
на тему  
азартных игр 69, 94  
аксиомы 47  
анализ вероятности 101  
«Аналитическая  
теория вероятностей»  
(Лаплас) 180, 187  
апостериорная  
вероятность 173, 164  
априорная  
вероятность 173, 164  
арабы и арифметика 79  
аромат 195  
асимметрия,  
временная 282–284  
«Ars conjectandi» («Искусство  
предположений»)  
(Бернулли) 153

## Б

Байес, Томас 160  
теория условных  
вероятностей 162–163  
байесовский анализ 164  
бездомные

Бенфорда, закон 125  
Бернулли 151–152  
испытания  
по схеме, процесс  
Бернулли, Якоб 201  
«золотая теорема» 151  
изучение  
вероятности 145  
изучение комет 199–200  
бесконечность 140  
биология 251, 240, 255  
Бог 218, 133, 115  
большие числа, закон 210  
другие названия 210  
заблуждение игрока 150  
задача с сосудом  
и разноцветными  
гольшами 143  
закон малых чисел 148  
колоколообразная  
кривая 202  
приемлемая  
неопределенность 144  
приемлемая  
погрешность 144  
статистическая  
значимость 265, 248–249  
бросок Венеры 54  
броуновское движение  
241, 242, 283  
бюллетени смертности 223

бюллетень  
продолжительности  
жизни 223

**В**

вероятность:  
апостериорная 173  
априорная 173  
А произойдет, если  
произойдет В против  
В произойдет, если  
А произойдет 173  
выраженная в дробях 78  
происхождение  
термина 265  
статистика 265

вечный двигатель

вкус 209, 309

«В ловушке времени» 31

воображение,  
восприятие 251

восприятие 247  
воображение 247  
моделей 63  
ожидание 246  
экстрасенсорное 246

врачи  
вероятностные  
и диагностические  
ошибки 171  
средневековые  
практики 89  
эффект плацебо 251

«Всеобщее начальное  
образование  
по Билфилду» 223

второй закон  
вероятностей 144

выборочная дисперсия 184

выборы 185

выбросы 292–293

высота 203, 226

**Г**

гауссово распределение,  
*см.* нормальное  
распределение 202  
«Легкая рука»  
в баскетболе: ложное  
восприятие случайных  
последовательностей»  
(Тверский) 257

горячие и холодные  
потоки

**Д**

данные закономерности 278

кластеры данных 265–266  
ложная  
интерпретация 171–172

распределение чисел  
(закон Бенфорда) 125–126  
*см. также* закон больших  
чисел, закон малых чисел,  
горячие и холодные  
потоки, ошибки  
в измерениях

данные переписи  
населения 223, 259

Дарем, Тимоти 61

движение 186–187  
Ньютоновы законы  
движения 186  
парадокс Зенона 138

движение молекул,  
*см.* броуновское движение

детерминизм 276  
в отношениях между  
людьми 278–279  
описание 276  
эффект бабочки 278

ДНК как улика 61–62, 177

доказательство:  
математическое 72–73  
неполное 56

допинг-проверка  
спортсменов 173  
допустимый предел  
погрешности 144  
дофаминэргическая  
система 16  
Древняя Греция  
азартные игры 48  
математика 47  
философы 48, 138

**Е**  
евгеника 235

**Ж**  
жидкости 243

**З**  
заблуждение игрока 151  
заблуждения «легкой руки» 151  
задача Монти Холла 70  
задача про лопнувшую  
шину 84–85  
задача размещения гостей  
на свадебном  
приеме 110–111  
задача с двумя дочерьми 82  
задача с днями рождения 99  
задача с очками 82  
Мировая серия  
1996 г. 105–107  
описание 105–107  
*см. также* треугольник  
Паскаля  
задача с сосудом  
и разноцветными  
голышами 143  
закон больших чисел 143  
закон малых чисел 148  
закон случайного  
распределения  
ошибок 201–202

законы природы 96  
«Заметки о страховых  
выплатах» (Прайс) 162  
запах 195  
знак равенства 78  
«золотая теорема», *см.* закон  
больших чисел 186  
«золотой стандарт»  
зрительные иллюзии 245

**И**  
издательский мир 313, 311–312  
издательский рынок  
изоморфизм 83  
индекс промышленных  
акций Доу-Джонса 256  
интуиция  
вероятностная 17  
непригодная  
для интерпретации  
случайности 22  
испытания  
анализ ДНК 66  
Бернулли 151  
в поединке 55  
лекарств 250  
математиков  
некорректное обращение  
с вероятностями 23  
ошибка обвинения 175  
правда и свидетельские  
показания очевидцев 247  
иррациональность 16  
«Исследование о природе  
и причинах богатства  
народов» (Смит) 161  
«История цивилизации  
в Англии» (Бокль) 232  
источник жизненной  
силы 241  
исход, значение  
термина 81, 179

- К**
- Канеман, Дэниэл  
исследования в  
области теории  
случайности Тверского  
и Канемана 41–47  
эвристика 251
- Кардано, Джероламо 74–78  
исследования  
об азартных играх  
и труды 89–95  
математические работы 75
- квантовая теория 124
- Кетле, Адольф 224  
исследования в области  
статистики 230–233
- прототип *L'homme moyen*  
(«среднего человека») 230
- «социальная физика» 231
- кластеры 265
- колоколообразная кривая,  
см. нормальное  
распределение 201–205
- кометы 133
- «Компания Уолта Диснея» 33
- конические сечения 224
- контрольные работы 112–113
- кости  
проверка по критерию  
хи-квадрат 239  
работа Галилея 96  
случайность 122, 128
- кости таранные 48
- коэффициент корреляции 237
- «культурная индустрия» 296  
см. также рынок  
музыкальной продукции;  
издательский рынок
- Л**
- лекарства, клинические  
испытания 250
- «Линда», расстановка  
вероятностей  
в задаче о 41–45  
утверждения о 41  
логарифмические  
таблицы 125
- ложная отрицательность 170  
в анализах на ВИЧ 170  
маммограммы 173
- ложная положительность 171  
в анализах на ВИЧ  
в ДНК-анализах 177  
в допинг-проверке  
спортсменов 173  
маммограммы 173
- лотереи 126  
выигравший две  
машины 119  
коллекционная карточка  
с изображением  
спортсмена 270  
«Лотто 6/49» 117  
математическое ожидание  
незаконные 126, 125  
приснившиеся номера 9
- L'homme moyen* («средний  
человек») 230
- «Lockdown» 297
- М**
- магнитно-резонансная  
томография 194
- математика в Италии эпохи  
Возрождения 277  
вклад семьи Бернулли 151  
доказательство 145–146  
ключ к пониманию 136  
ошибки в измерениях 184  
статистика 223  
труды Кардано 75  
математическая  
статистика 223



- математическое ожидание 115  
     в лотереях 117  
     пари Паскаля 116  
 Махавира 53  
 машины, *см.* автомобили  
 маятники 95  
 «метод Монте-Карло» 238  
 миндалевидная  
     железа 16  
 мозг 16–17  
     зрение 247  
     обработка случайности  
     мозгом 18  
     поражения мозга 18  
     распознавание  
     закономерностей 16  
 Моше (статистик) 123  
 «Мысли» (Паскаль) 115
- Н**
- наблюдение:  
     вероятность, выводимая  
     из наблюдений, *см.*  
     условная вероятность 17  
     нормальное  
     распределение 244  
     приведение вероятности  
     в соответствие с 245  
 «Наблюдения естественного  
     и политического  
     характера, основанные  
     на бюллетенях  
     смертности» (Граунт) 221  
 наследственность 234–236  
 «Наследственность таланта.  
     Законы и последствия»  
     (Гальгон) 234  
 настойчивость 33  
 наука 97–101  
     статистический  
     анализ 237–238  
 научная революция 101
- «Начала» (Ньютон) 40  
 «Начала» (Эвклид) 53  
 недетерминистический  
     подход 295–296  
 неопределенность:  
     приемлемая 144–145  
     *см. также* случайность  
 неполное доказательство 59  
 «Новый метод: как  
     посредством некоторых  
     основополагающих  
     законов объяснить путь  
     кометы или хвостатой  
     звезды и предсказать  
     ее появление»  
     (Бернулли) 134  
 нормальное распределение  
     (колоколообразная  
     кривая) 202  
     в социологических  
     данных  
     в статистической  
     физике  
     другие названия 202  
     описание 202–204  
     открытие 201  
     применение 226  
     проверка по критерию  
     хи-квадрат 202  
     стандартное  
     отклонение 204  
     центральная предельная  
     теорема 210  
 ноль 52
- О**
- «Об измерении  
     случайности» 201  
 обычный закон больших  
     чисел, *см.* закон  
     больших чисел  
     ожидания 120, 194

«О повсеместно  
укоренившейся  
недобросовестной  
медицинской практике»  
(Кардано) 90  
опознавание по отпечаткам  
пальцев 234  
опухоли 172  
опционные гранты 227  
«Опыт философии  
теории вероятностей»  
(Лаплас) 224  
«О разных взглядах  
на врачей» (Кардано) 90  
относительность 240  
оценка статистической  
значимости 248  
ошибка 228–229, 211  
допустимый предел  
погрешности 207  
закон распределения  
ошибок 210–211  
перестановки двух  
элементов (ошибка  
обвинения) 177  
погрешность  
прогнозирования 207  
ошибки, см. ошибки  
в измерениях  
ошибки в измерениях 228  
в эвристике 251  
подтверждения 249  
предвзятости 274  
ошибки в измерениях 228  
в астрономии 224  
в экзаменационных  
работах 191  
во время выборов 184–185  
закон распределения  
ошибок 182  
ключ к пониманию 160  
математическая теория 161

проблемы, происходящие  
из 190–191  
субъективность 191  
*см. также* нормальное  
распределение;  
выборочное  
стандартное  
отклонение

## П

парадокс Зенона 130–131  
«пари Паскаля» 116  
плацебо 251  
подбрасывание монеты  
вероятность и исходы 205  
заблуждение «легкой  
руки» и угадывание  
исходов подбрасывания  
монеты 258  
экстрасенсорное  
восприятие 248–249  
поощрение и наказание 20  
последовательность:  
определение 272  
парадокс Зенона 139–140  
послеоперационное  
поражение мозга 18  
«походкой пьяного» 12, 276  
асимметрия  
между прошлым  
и будущим 282–283  
детерминизм 280  
происхождение термина 12  
теория нормальных  
несчастных случаев 118  
«правило десяти лет» 235  
«Практическая арифметика»  
(Кардано) 90  
предел в парадоксе Зенона 141  
определение 141  
центральная предельная  
теорема 210

предрассудки 274  
преподаватели:  
    «ошибка  
    подтверждения» 98  
    сочинения 191  
приемлемая  
    неопределенность 144  
приемлемая погрешность 144  
«Принципы психологии»  
    (Джеймс) 192  
проверка по критерию  
    хи-квадрат 239  
прогноз погоды 278  
продолжительность  
    жизни 234  
пространство элементарных  
    событий 171  
    анализы на ВИЧ 171  
    в задаче Галилея  
    с костями 122  
    задача с двумя  
    дочерьми 82–83  
    задача с девочкой по  
    имени Флорида 83  
    задача с лопнувшей  
    шиной 85  
    задача Монти Холла 70–71  
    описание 171  
психические расстройства 307  
психология контроля 270–273  
пятно Роршаха 15

## **Р**

разброс:  
    измерение посредством  
    квадратичной  
    меры 202–203  
    количественная мера  
    разброса, см. выборочное  
    стандартное отклонение  
«Размышления на тему игры  
в кости» (Галилей) 96

регрессия к среднему 31–32  
Римская империя 54–55  
    закон 55  
    теория вероятностей 56  
рулеточные колеса 129  
рынок музыкальной  
    продукции 295–296  
«Рэнд Корпорейшн» 129

## **С**

свидетельские показания  
    очевидца 247  
«Сговор остолопов» 24  
«Селлмарк Диагностикс» 61  
синдром внезапной смерти  
    ребенка грудного  
    возраста 175  
скрытая закономерность  
    263–264  
сложение:  
    вероятностей 59  
случайность:  
    восприятие мозгом 16–17  
    в числовых  
    последовательностях  
    272–273  
    два наиболее известных  
    следствия теории  
    случайности 253  
    иллюзия наличия  
    смысла 251  
    интуиция 23  
    кажущаяся  
    и действительная 292  
    ключ к пониманию 196  
    контринтуитивные  
    последствия 20  
    на атомарном  
    уровне 242–243  
    на молекулярном  
    уровне, см. броуновское  
    движение 242–243

- повсеместное присутствие случайности 9–11
- препятствия к пониманию случайности древними греками 78–79
- развитие теории 20
- рулеточные колеса 129
- статистическое определение вероятности 242
- субъективное толкование вероятности 191
- типичные модели случайности 204
- упорядоченность 213
- фундаментальная природа случайности 276
- см. также* азартные игры; теория вероятностей
- «социальная физика» 230–231
- спорт:
- аферы 228
- заблуждение «легкой руки» 257–258
- лотерея с коллекционными карточками, изображающими спортсменов 118
- ничем не оправданные надежды, возлагаемые на тренеров 148
- победа в серии игр менее сильной команды 222
- проверка на допинг 173
- случайность невероятных достижений 150
- среднее отклонение, *см.* нормальное распределение; выборочное стандартное отклонение
- регрессия к среднему 32
- «средний человек» (*L'homme moyen*) 230
- средняя продолжительность жизни 234
- «Стандарт энд Пуэрз» 259
- стандартное отклонение 197
- описание 197
- см. также* выборочное стандартное отклонение
- статистика
- биологическое применение 10, 233
- вероятность 265
- коэффициент корреляции 237
- математическая 235, 199
- основатели 186, 136
- отношение математиков к 186
- преступлений 65
- применение в повседневной жизни 65
- проверка по критерию хи-квадрат 240
- происхождение термина 223
- смертности 221–222
- «социальная физика» 230
- социологическая информация 217
- статистическая значимость 248
- судебная экономика 227
- L'homme moyen* 230
- статистика по преступлениям 178
- статистика убийств 178
- статистическая значимость 249
- статистическая физика 258
- статистический анализ 25, 233
- столоверчение 251

страхование  
жизни 169  
машины 117  
страховая статистика 164  
судебная система:  
германских племен 55  
римская 54  
французская 225  
*см. также* испытания  
судебная экономика 227  
судьба 275–276

## Т

Тверский, Амос  
заблуждения «легкой  
руки» 257  
исследования  
Канемана в области  
случайности 258–259  
эвристика 251  
тенденция оценивать  
вероятность по наличию  
примеров 251  
теология 133, 160–161  
теория вероятностей  
вероятностная интуиция 17  
вероятность, выводимая  
из наблюдений 22  
в Римской империи 54  
второй закон  
вероятностей 173  
заблуждение игрока 151  
«золотая теорема»  
Бернулли 151  
исследования  
Бернулли 151  
первый закон  
вероятностей 43  
третий закон  
вероятностей 43, 59  
условная  
вероятность 162–163

«Теория движения небесных  
тел, обращающихся вокруг  
Солнца по коническим  
сечениям» (Гаусс) 210  
теория игр 160–161  
теория нормальных  
несчастных случаев 117  
«теория струн» 312  
теория S-матрицы 313  
«Тезет» (Платон) 49  
«Трактат об азартных играх»  
(Кардано) 69, 94  
Третий закон  
вероятностей 43, 59  
«треугольник вин» 199–200  
треугольник Паскаля  
колоколообразная кривая  
применение 211, 205  
Три-Майл Айленд 292

## У

угадывание  
вероятностей 145  
удача 143  
умами 192  
умножение:  
в сложении  
вероятностей 175  
знак  
уровень безработицы 190  
условная вероятность 162  
вероятность, выводимая  
из наблюдений 162  
описание 173  
ошибка обвинения 177  
повторное изобретение  
Лапласом 276  
успех:  
внешние атрибуты 303  
в продвижении  
товаров «культурной  
индустрии» 299

в случайных  
испытаниях 239–240  
краткосрочный 108  
меткое высказывание  
Уотсона 314  
настойчивость 312  
случайность 311–312  
случайные награды 303  
теория «нормальных  
несчастных случаев»  
117–118

## Ф

Фау-2 (ракеты) 264  
«Федон» (Платон) 49  
физика  
    квантовая 124  
    математическая 235  
    ньютоническая 276  
    «социальная» 230  
    статистическая 199  
    теория струн 312  
    экспериментальная 189  
Флорида, *см.* задача  
    с девочкой по имени  
    Флорида  
фокус-группы 113

## Х

хлеб, разные по весу  
буханки 226–227

## Ц

центральная  
    предельная теорема 210  
Центральная  
    приемная комиссия 191

## Ч

числа:  
    вес авторитета 217  
    закон малых чисел 148  
    символы 137  
    случайная последова-  
    тельность 128–129  
    угадывание правила  
    построения  
    последовательности  
    *см. также* закон  
    больших чисел  
численные методы 133

## Ш

шанс, *см.* случайность

## Э

эвристика 251  
экономика  
    ошибка  
    прогнозирования 228  
    судебная 227  
эксперимент 41, 96, 102, 155  
эксперимент с «псевдо-  
    пациентами» 308–309  
экстрасенсы 248–249  
экстрасенсорное  
    восприятие 249  
электрошок, эксперимент  
    с использованием 306  
«Эссе о решении проблем  
    в теории случайных  
    событий» (Байес) 161  
эффект бабочки 278–279  
эффект снайпера 266–267  
«Эффект Тинкербелл» 263  
«Equitable Society» 162

Леонард Млодинов

(Не)совершенная  
случайность.

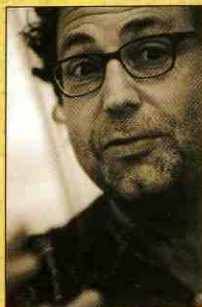
Как случай управляет нашей жизнью

Редактор **Саша Збарская**  
Корректор **Светлана Климанова**  
Оригинал-макет и верстка **Леонид Харченко**

ИД «Гаятри»  
113035, Москва, ул. Балчуг, д. 11  
[www.livebooks.ru](http://www.livebooks.ru)

Подписано в печать 09.03.2010.  
Формат 84×108 1/32.  
Бумага писчая. Усл. печ. л. 18,48.  
Тираж 3000 экз. Заказ № 105.

Отпечатано в соответствии с качеством  
предоставленного оригинал-макета  
в ОАО «ИПП «Уральский рабочий»  
620990, г. Екатеринбург, ул. Тургенева, 13.  
<http://www.uralprint.ru> e-mail: [sales@uralprint.ru](mailto:sales@uralprint.ru)



Русскоязычному читателю физик и писатель Леонард Млодинов уже известен: книга легендарного Стивена Хокинга «Краткая история времени» переведена на 25 языков и написана в соавторстве с Млодиновым.

Млодинов — доктор наук, профессор Калифорнийского технологического института, занимается фундаментальными исследованиями в области квантовой механики и теоретической физики, а также пишет научно-популярные книги и ...киносценарии.

В книге «(Не)совершенная случайность. Как случай управляет нашей жизнью» Млодинов запросто знакомит всех желающих с теорией вероятностей, теорией случайных блужданий, научной и прикладной статистикой, историей развития этих всепроникающих теорий, а также с тем, какое значение случай, закономерность и неизбежная путаница между ними имеют в нашей повседневной жизни.

Эта книга:

- отличный способ потряхнуть стариной и освежить в памяти кое-что из курса высшей математики, истории естественнонаучного знания, астрономии и статистики для тех, кто изучал эти дивные дисциплины в вузах;
- понятно и доступно изложенные основы теории вероятностей и ее применимости в житейских обстоятельствах (с многочисленными примерами) для тех, кому не посчастливилось изучать их специально;
- наконец, профессиональный и дружелюбный подсказчик грызущим гранит соответствующих наук в данный момент.

Б. Гейтс, Б. Уиллис, О. Дж. Симпсон  
во власти «нормальных несчастных случаев». А вы?

Умники с Уолл-стрит, 200 млн  
автолюбителей, подопытные  
крысы: кому чаще везет?

Во что играть  
в «бабки»  
на бирже

ISBN 978-5-9689-0171-2



9 785968 901712 >

Обложку оформили в Студии Артемия Лебедева  
в 2009 году